



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

ESPECTROSCOPIA DE POLARIZACIÓN  
EN VAPOR DE RUBIDIO UTILIZANDO  
UN DIODO LÁSER CON CAVIDAD EXTENDIDA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

ADONIS REYES REYES.

Director de Tesis.  
DR. JOSÉ IGNACIO JIMÉNEZ MIER Y TERÁN

2008



FACULTAD DE CIENCIAS  
UNAM

## Hoja de Datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno Reyes Reyes Adonis 53 38 87 60 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 402013349</p>
<p>2. Datos del tutor Dr Jose Ignacio Jiménez Mier y Terán</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 Dr Mayo Villagrán Muniz</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 Dr Victor Manuel Velázquez Aguilar</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Dr Antonio Marcelo Juárez Reyes</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 Dra Rocío Jáuregui Renaud</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito Espectroscopia de polarización en vapor de Rubidio utilizando un diodo láser con cavidad extendida 90 p 2008</p>

## **Agradecimientos.**

A mi familia completa, quienes de múltiples maneras me han enseñado a disfrutar la vida.

A los tramposos: Pepe, Jesús, Alejandro y Paul por su apoyo y paciencia en el laboratorio. Gracias a ustedes aprendí el valor del trabajo en el laboratorio.

A los amigos entrañables: Tatis, Poncho y el six-pack, Papo, Yorch, Fa, Iraí, Guchi, Monchis, Lenchita, Griss, Carlo, Rulo, Edna, Erant, Valo, Vans, Ivonne A, B y C, Go, David, Fernanda, a todos mis amigos de Domus Academica, Risto, Nancy, Abril y a todos aquellos que de diferentes maneras me han acompañado en las diferentes etapas de mi vida. Gracias por sus enseñanzas, académicas y de todo tipo.

A mis mentores y guías: el Dr. José de Jesús A. Pérez Romero, Victor Velázquez, Luis Orozco, Luis Briseño, Mayo Villagrán, Karén Volke y Jorge A. Reyes Esqueda. Quienes de una u otra manera me enseñaron lo fascinante que es la ciencia, y en especial la óptica.

A la valiosa guía y apoyo de la Fundación Alberto y Dolores Andrade A.C.

Al Sr. Salvador Ham del taller de soplado de vidrio y a todo el personal del taller mecánico del ICN, sin cuyo trabajo esta tesis no hubiese sido posible.

Al proyecto PAPIIT No. IN120806-3 "Átomos de Rydberg ultra-fríos" por el apoyo económico.

Para mi madre, Betito y Ada,  
los seres más importantes en mi vida.

Guille: ¡Qué linda mi todtuga!  
Mafalda: Todtuga no Guille: Tortuga.  
Guille: ¿Todtuga?  
Mafalda: No, no. To**R**tuga.  
Guille: To**D**tuga.  
Mafalda: ¡Pero no! Proba otra vez:  
To**RRR**tuga.  
Guille:... ¿Y zi mejod la patéo?

Quino.

# Índice

<b>Introducción</b>	<b>I</b>
<b>1. Láser de diodo unimodo sintonizable.</b>	<b>1</b>
1.1. Diodo láser. . . . .	1
1.1.1. Semiconductores. . . . .	1
1.1.2. Láseres de diodo. . . . .	7
1.2. Cavity extendida. . . . .	10
<b>2. Rubidio.</b>	<b>14</b>
2.1. Propiedades generales. . . . .	14
2.2. Estructura atómica. . . . .	14
<b>3. Líneas espectrales.</b>	<b>18</b>
3.1. Ancho de banda natural. . . . .	18
3.1.1. Perfil de línea Lorentziano del espectro de emisión. . . . .	19
3.1.2. Ensanchamiento natural de transiciones de absorción. . . . .	21
3.1.3. Relación entre el ancho de banda natural y el tiempo de vida media. . . . .	24
3.2. Ensanchamiento Doppler. . . . .	25
3.3. Saturación. . . . .	28
3.3.1. Saturación de líneas homogéneamente ensanchadas. . . . .	29
3.3.2. Saturación de líneas inhomogéneamente ensanchadas. . . . .	31
3.4. Ensanchamiento por colisiones. . . . .	34
<b>4. Espectroscopias.</b>	<b>36</b>
4.1. Espectroscopia de absorción. . . . .	36
4.2. Espectroscopia de absorción saturada. . . . .	37
4.2.1. Ensanchamiento por desalineamiento de haces contrapropagantes. . . . .	37
4.2.2. Señales Cruzadas. . . . .	39
4.3. Espectroscopia de polarización. . . . .	39
<b>5. Construcción del dispositivo experimental.</b>	<b>45</b>
5.1. Celdas con vapor de Rubidio. . . . .	45
5.2. Láser. . . . .	46
5.2.1. Montaje del diodo. . . . .	47
5.2.2. Control de temperatura. . . . .	48
5.2.3. Caracterización en modo libre. . . . .	49
5.2.4. Cavity extendida. . . . .	50
5.2.5. Aislamiento. . . . .	52
5.3. Espectrómetros. . . . .	52
5.3.1. Espectrómetros de absorción y de absorción saturada. . . . .	53
5.3.2. Espectrómetro de polarización. . . . .	55
5.4. Detección. . . . .	55
<b>6. Resultados.</b>	<b>58</b>

6.1. Espectro de absorción. . . . .	58
6.2. Espectro de absorción saturada. . . . .	60
6.3. Espectro de polarización. . . . .	61
<b>7. Conclusiones.</b>	<b>67</b>
<b>Apéndices</b>	<b>70</b>
<b>A. Planos de los elementos contruidos.</b>	<b>70</b>
<b>B. Hojas técnicas de los elementos comerciales empleados.</b>	<b>72</b>
B.1. Diodo láser Hitachi. . . . .	72
B.2. Tubo colimador. . . . .	76
<b>C. Circuitos electrónicos para la detección.</b>	<b>77</b>
C.1. Fotodiodos para detectar las componentes de polarización. . . . .	77
C.2. Circuito comparador. . . . .	78
<b>Referencias</b>	<b>79</b>

## Introducción.

El presente trabajo surge a partir del interés por construir una trampa magneto óptica (Magneto Optical Trap, MOT por sus siglas en inglés) de Rubidio en el Instituto de Ciencias Nucleares (ICN) de la UNAM, para posteriormente generar y estudiar átomos de Rydberg. En la actualidad las MOT's son una herramienta fundamental en el estudio de átomos, radiación y de la interacción de radiación con materia. Los átomos de Rydberg por su parte están intrínsecamente vinculados con el desarrollo de la óptica cuántica y la computación cuántica.

Con una MOT es posible confinar espacialmente átomos de Rubidio. Lo anterior se logra aprovechando la presión de radiación [1] generada cuando dos láseres excitan a los átomos de tal forma que se genera un ciclo cerrado de transiciones, es decir que las transiciones de los átomos sólo ocurren entre dos niveles hiperfinos bien definidos. Esto exige un conocimiento detallado de los niveles hiperfinos del Rubidio y de las transiciones dipolares que ocurren entre ellos, en particular de las que ocurren entre el estado base  $5S$  y el primer estado excitado  $5P$ . Para que la MOT sea eficiente es necesario que el ciclo cerrado de transiciones sea estable, por lo cual es indispensable contar con un sistema de estabilización (anclaje) de la frecuencia emitida por los láseres empleados.

La espectroscopia de polarización [2] [3] es un herramienta adecuada para cubrir las necesidades planteadas. Permite obtener espectros detallados de la estructura hiperfina del Rubidio y al mismo tiempo generar señales tipo dispersión que pueden emplearse como referencia para anclar la frecuencia de los láseres. Para desarrollar esta espectroscopia se requiere un haz láser con un ancho de banda pequeño (unimodo) cuya frecuencia pueda ser sintonizada a voluntad, como el que se obtiene a partir del diodo láser con cavidad extendida construido para la realización de esta tesis.

El presente trabajo puede ser empleado como guía de todos aquellos que deseen desarrollar espectroscopia de polarización. En él se describen el funcionamiento y la construcción de un diodo láser con cavidad extendida, la construcción de espectrómetros de absorción, de absorción saturada y de polarización. Los primeros dos espectrómetros sirven para conocer las transiciones que el diodo puede excitar sin necesidad de realizar el alineamiento requerido por el espectrómetro de polarización, así como para establecer las condiciones óptimas de operación del diodo.

La estructura de la tesis está diseñada de tal manera que el lector pueda conocer primero los elementos teóricos en los que se sustentan las diferentes partes del trabajo desarrollado. Posteriormente se describe detalladamente la construcción del dispositivo experimental, desde el armado del diodo láser con cavidad extendida hasta el sistema de detección del espectrómetro de polarización. Finalmente se presentan los resultados obtenidos con el espectrómetro de polarización y las conclusiones, en las cuales se da a conocer la utilidad que tuvo este trabajo en la obtención de la MOT del Instituto de Ciencias Nucleares.

En el primer capítulo se define lo que es un láser de diodo unimodo sintonizable. Primero se realiza una revisión de las características generales de los láseres de diodo,



en ella se incluyen las características de los diodos semiconductores, los procesos que permiten generar la emisión láser, los elementos que deben controlarse para obtener una emisión láser estable, la geometría de la emisión, su polarización y el comportamiento de la intensidad emitida por el diodo como función de la corriente que se le aplica. Posteriormente se incluyen los motivos que permiten utilizar una cavidad extendida para reducir el ancho de banda del láser y sintonizar su frecuencia central de emisión, así como las modificaciones que la presencia de la cavidad extendida induce en el comportamiento del diodo.

El segundo capítulo comienza justificando el uso del Rubidio en este trabajo. Continúa con la presentación de las características generales del Rubidio, las precauciones que se deben tomar para su manejo y la estructura atómica del mismo. Se presenta un breve resumen del origen de sus estructuras finas e hiperfinas, poniendo énfasis en las reglas de selección para las transiciones dipolares eléctricas, las cuales son el origen de la espectroscopia de polarización. Se incluye un diagrama de la estructura hiperfina del estado base y del primer estado excitado de Rubidio en el que se muestran las transiciones permitidas, y finalmente se enlistan las frecuencias de las transiciones estudiadas en este trabajo (línea D2).

El capítulo 3 está dedicado a definir lo que son las líneas espectrales y su relación con las transiciones energéticas, así como a explicar detalladamente los orígenes del ancho de banda de las líneas y las limitaciones que imponen al estudio de la estructura hiperfina de los átomos y al desarrollo de las técnicas espectroscópicas. Se pone especial atención en el ancho de banda natural, el ensanchamiento Doppler y el ensanchamiento por saturación (homogénea e inhomogénea), pues son los ensanchamientos que más limitan la resolución de las espectroscopias tratadas. El subcapítulo *ensanchamiento por colisiones* se incluye para ejemplificar otros factores que influyen en el ensanchamiento de las líneas, pero no representa una contribución significativa al ensanchamiento global de las líneas espectrales.

En el capítulo 4 se describen tres técnicas espectroscópicas: espectroscopía de absorción, de absorción saturada y de polarización. Especialmente se muestran los alcances de cada una de ellas. En el apartado dedicado a la espectroscopia de absorción saturada se incluye una explicación del ensanchamiento producido por el desalineamiento de haces contrapropagantes y del origen de las señales que aparecen entre las transiciones permitidas de Rubidio (señales cruzadas o crossover), las cuales pueden generar confusión al observar los espectros de absorción saturada y de polarización. En el último subcapítulo se realiza una explicación detallada del origen de los perfiles de polarización basándose en las reglas de selección para transiciones dipolares inducidas por radiación con polarización circular.

En el capítulo 5 se explica detalladamente la construcción de cada uno de los elementos empleados en el dispositivo experimental. Se inicia con la descripción de la construcción de las celdas con vapor de Rubidio. Después se dan los pormenores de la construcción del láser de diodo unimodo sintonizable, la cual incluye el montaje del diodo, el control de temperatura, la caracterización de la emisión láser, la formación de la cavidad extendida y el aislamiento del láser. Posteriormente se dan a conocer los aspectos

tos que deben cuidarse al montar los espectrómetros, iniciando con los espectrómetros de absorción y absorción saturada que sirven de referencia y finalizando con el espectrómetro de polarización. Al último se presentan el sistema de detección empleado en la espectroscopia de polarización, el cual permite obtener al mismo tiempo el espectro de absorción saturada y el espectro de polarización.

En los resultados se analizan los espectros obtenidos con los espectrómetros de absorción y absorción saturada y se comparan con los que se logran con el espectrómetro de polarización. Con estos últimos se determina el ancho Doppler de los distintos grupos de transiciones, así como el ancho de línea del láser construido. En este capítulo también se muestran los espectros de polarización obtenidos en este trabajo. En él se hace énfasis en las señales obtenidas para cada transición, diferenciándolas de las señales cruzadas. Se observan claramente las limitaciones en la resolución impuestas por los diferentes ensanchamientos y se comprueba que las señales de dispersión de los espectros de polarización son adecuadas como señales de referencia para anclar la frecuencia de un láser.

En las conclusiones se resumen las características del láser construido y de cada una de las espectroscopias tratadas. Se hace particular énfasis en las ventajas y desventajas de cada uno. En particular se presenta el papel que jugó la espectroscopia de polarización en la construcción de la MOT de Rubidio del ICN.

Finalmente en los Apéndices se incluye los planos de cada una de las piezas construidas en el taller del ICN y las hojas de datos de los elementos comerciales empleados en la construcción del láser de diodo unimodo sintonizable. También se incluyen los circuitos electrónicos utilizados en la detección.

# 1. Láser de diodo unimodo sintonizable.

Actualmente son ampliamente conocidas las aplicaciones tecnológicas del láser, las cuales van desde el uso en iluminación hasta fines bélicos, pasando por la medicina y la construcción.

La coherencia, unidireccionalidad, alta monocromaticidad e intensidad son propiedades inherentes al láser que han permitido estudiar las propiedades de la luz, la interacción de radiación con la materia y la estructura de los átomos.

A pesar de que el láser cuentan con una alta monocromaticidad, muchas veces el ancho de banda que emite resulta demasiado amplio para poder observar los cambios en los niveles de energía de los átomos, por lo que es necesario reducirlo. Para este fin es sumamente útil extender la cavidad del láser empleando rejillas de difracción, las cuales reducen el intervalo de emisión del láser convirtiendolo en unimodal y permiten sintonizar la frecuencia central de emisión.

## 1.1. Diodo láser.

Un diodo láser es un diodo que emite radiación coherente, por lo que resulta una fuente de radiación ideal para cierto tipo de aplicaciones. Además el diseño compacto, la facilidad de manejo y el bajo costo de los diodos láser agregó tres características que ampliaron aún más la versatilidad del láser.

El funcionamiento básico de un diodo láser aprovecha los saltos energéticos que ocurren cuando los electrones se mueven a través de semiconductores que contienen diferentes tipos y niveles de impurezas.

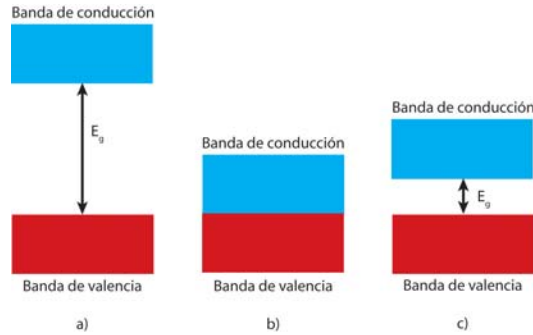
### 1.1.1. Semiconductores.

Un semiconductor [4] es un sólido cuya conductividad eléctrica puede ser controlada. Lo anterior se debe a que la banda prohibida que se encuentra entre la banda de valencia y la banda de conducción tiene un ancho energético ( $E_g$ ) unas cuantas veces mayor que el producto  $kT$ , entre la constante de Boltzman  $k$  y la temperatura del semiconductor  $T$  (Figura 1). Un semiconductor ampliamente usado es el arseniuro de galio ( $GaAs$ ), cuya banda prohibida es de 1,42 eV a una temperatura de 300K.

La conductividad de un material está determinada por la concentración de electrones  $n$  (cargas negativas) en la banda de conducción, la concentración de huecos  $p$  (que se comportan como cargas positivas) en la banda de valencia y la capacidad de ambos para desplazarse a través del sólido bajo la acción de un campo eléctrico. En un semiconductor puro a temperatura  $T$  las concentraciones pueden ser determinadas usando la distribución de Fermi-Dirac [4].

$$f(E_k) = \frac{1}{e^{(E_k - \mu)/kT} + 1} \quad (1)$$

donde la energía de referencia  $\mu$  es conocida como nivel de Fermi [5] [6].



**Figura 1:** Bandas de conducción y de valencia para a) un aislante b) un conductor c) un semiconductor.

Usando la distribución (1) y la aproximación  $E_c - \mu \gg kT$  se obtiene que la concentración de electrones en la banda de conducción es

$$n = 2 \left( \frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(\mu - E_c)/kT} \quad (2)$$

donde  $m_e^*$  es la masa efectiva de los electrones en la banda de conducción y  $E_c$  es la energía más baja de la banda de conducción.

La concentración de huecos correspondiente se obtiene observando que la distribución de huecos está dada por  $f_h(E) = 1 - f(E_k)$ , dando como resultado

$$p = 2 \left( \frac{m_h^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(E_v - \mu)/kT} \quad (3)$$

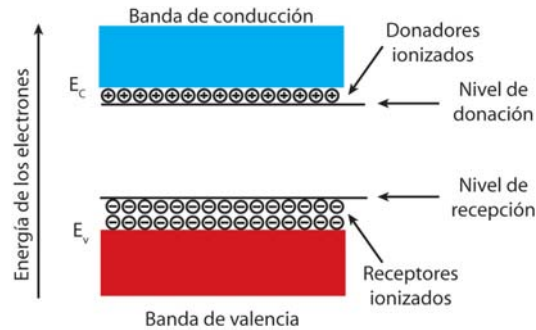
donde  $m_h^*$  es la masa efectiva de los huecos en la banda de valencia y  $E_v$  es la energía más alta de la banda de valencia [4].

Introduciendo impurezas en el semiconductor se pueden modificar las concentraciones mencionadas y por lo tanto la conductividad del mismo, lo cual da lugar a dos tipos de semiconductores:

- Semiconductores tipo n. Son aquellos materiales a los que se les ha agregado impurezas que contribuyen a aumentar la concentración de electrones de la banda de conducción.
- Semiconductores tipo p. En estos materiales las impurezas contribuyen a aumentar la concentración de huecos de la banda de valencia.

Así por ejemplo, el *GaAs* se convierte en un semiconductor tipo n sustituyendo átomos de galio o de arsénico por átomos de silicio o germanio. Lo anterior se debe a que los átomos de las impurezas tienen un electrón más que los átomos remplazados, los electrones extras pueden ser donados a la banda de conducción, por lo que se llama donadores ionizados a las impurezas introducidas en el semiconductor. Si el elemento introducido es zinc o cadmio, el *GaAs* se convierte en un semiconductor tipo p. En este

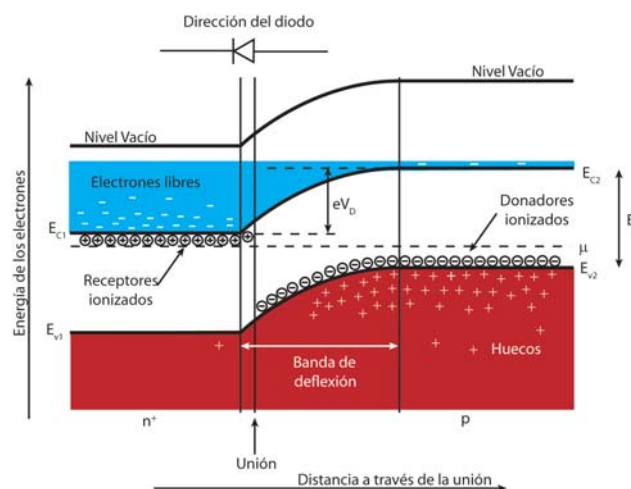
caso las impurezas tienen un electrón menos y por lo tanto aumenta el número de huecos que pueden aceptar un electrón, de aquí que a estas impurezas se les conoce como receptores ionizados. En ambos casos las impurezas ocupan niveles de energía que están dentro de la banda prohibida (Figura 2).



**Figura 2:** Diagrama de las bandas de un semiconductor donde se muestran las posiciones relativas de los donadores y receptores ionizados [4].

Cuando se unen un semiconductor tipo n y un semiconductor tipo p a la interfase entre ambos se le da el nombre de unión p-n. Si los semiconductores son del mismo material se habla de una homounión, si son de materiales distintos se tiene una heterounión.

Cuando se forma una homounión las energías de Fermi se alinean entre sí dando como resultado el diagrama mostrado en la Figura 3. En este diagrama el semiconductor tipo n tiene un dopaje mayor que el semiconductor tipo p, por lo que la energía de Fermi del primero está más cerca de la banda de conducción que en el segundo. En la figura el nivel vacío corresponde a la energía que un electrón necesita para escapar completamente del semiconductor.



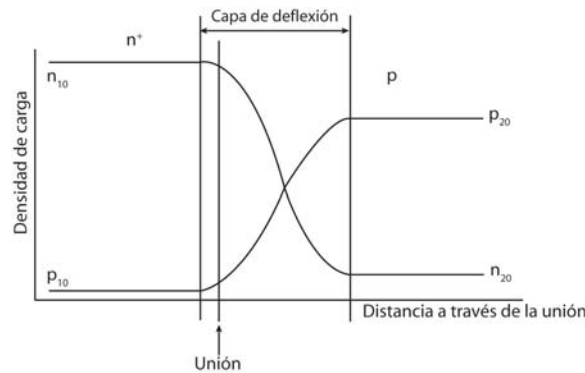
**Figura 3:** Diagrama de las bandas de una homounión p-n en equilibrio, donde se muestran las posiciones relativas de los electrones y lo huecos[4].

En un dopaje típico de *GaAs* se obtienen concentraciones de donadores de  $n_D \approx 10^{24} m^{-3}$  y de receptores de  $n_A \approx 10^{22} m^{-3}$ . Los electrones en el semiconductor tipo n

proviene principalmente de donadores ionizados cuya energía es cercana al límite de la banda de conducción  $E_{c1}$ . Los huecos del semiconductor tipo p provienen principalmente de receptores ionizados cuya energía es cercana al límite de la banda de valencia  $E_{v2}$ . En equilibrio térmico un electrón que viaja de n hacia p debe subir una cuesta energética  $eV_D$ , donde  $V_D$  es el potencial de difusión. Nótese que

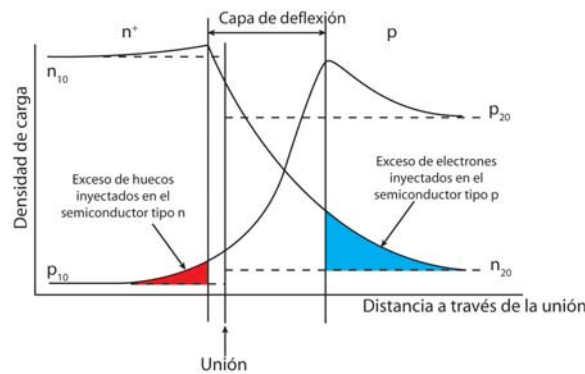
$$eV_D = E_g - (E_{c1} - \mu) - (\mu - E_{v2})$$

En una región conocida como la capa de deflexión, que expande la unión, los electrones bajan la cuesta energética mientras los huecos suben dicha cuesta (debido a que están cargados positivamente su energía es menor en el lado p de la unión). Sin embargo, a lo largo de la unión el producto  $np$  entre las concentraciones de electrones (2) y huecos (3) se mantiene constante. La cuesta energética constituye una barrera energética al paso de electrones en la dirección  $n \rightarrow p$  o de hoyos en la dirección  $p \rightarrow n$ . En la Figura 4 se muestra de manera esquemática como varía la concentración de electrones y huecos a lo largo de la unión.



**Figura 4:** Variación esquemática de las densidades de carga de electrones y huecos a lo largo de una unión p-n en equilibrio [4].

Cuando se aplica una corriente a la unión p-n la concentración de cargas a lo largo de la unión cambia a la forma esquemática mostrada en la Figura 5.

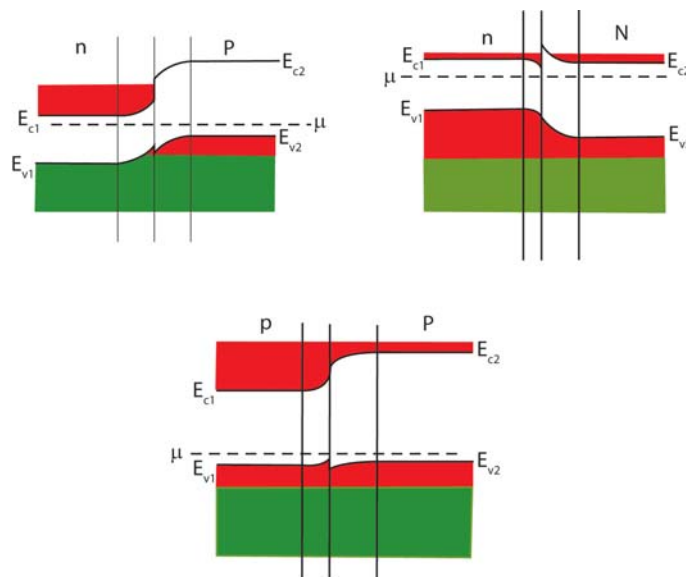


**Figura 5:** Variación esquemática de las densidades de carga de electrones y huecos a lo largo de una unión p-n sometida a la acción de una corriente [4].

El flujo de corriente inyecta electrones extras en el semiconductor tipo p, y un número relativamente menor de huecos extras en el semiconductor tipo n (porque el tipo p tiene un dopaje mayor). Para preservar la neutralidad eléctrica a lo largo de la unión, las concentraciones de electrones libres en el semiconductor tipo n y de huecos en el semiconductor tipo p aumentan para balancear el exceso de portadores de carga inyectados. En cada semiconductor este exceso de portadores debe desaparecer en una distancia cercana a la unión pues representan una desviación de la distribución de portadores en equilibrio térmico.

El exceso de portadores desaparece por recombinación de electrones y huecos. Esto significa que un electrón con una energía dada cae a un estado de menor energía libre de electrones. Si esta recombinación involucra una transición radiativa entre las bandas de conducción y de valencia, entonces se produce un fotón por emisión espontánea dando lugar a los diodos emisores de luz (LED).

Para generar una fuente radiativa eficiente no es suficiente producir la recombinación de un gran número de portadores, también es necesario garantizar que dicha recombinación ocurra lo más cercano posible a la unión, evitando que los portadores de carga viajen dentro del semiconductor. Las heterouniones permiten lograr este objetivo porque al tratarse de dos materiales con diferentes separaciones energéticas ( $E_g$ ) en la unión entre ellos se generan barreras de energía que impiden el flujo de electrones o huecos. Los niveles de Fermi de los dos materiales se alinean a través de la unión de tal manera que la deformación de los bordes de las bandas ocurre cerca de la unión como se muestra en la Figura 6, en ella se designa con minúsculas a un tipo de material y con mayúsculas a otro.

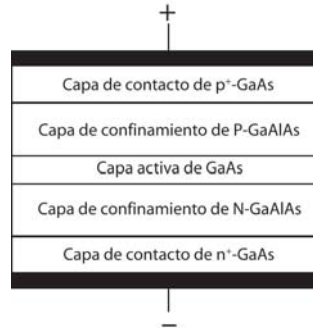


**Figura 6:** Diagrama de las bandas de energía en equilibrio de una heterounión a) n-P b) n-N c) p-P.

Un ejemplo de heterounión ampliamente usado es el formado por  $GaAs$  y el arseniuro de galio-aluminio  $Ga_{1-x}Al_xAs$ . Este último tiene un parámetro de red similar al  $GaAs$

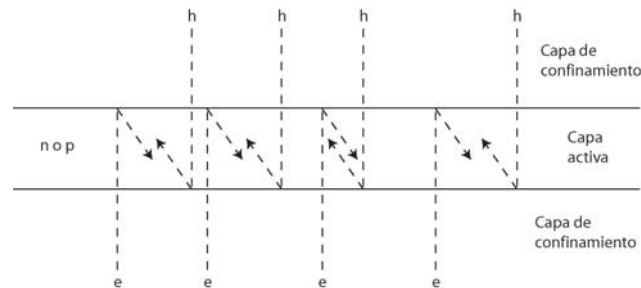
lo que permite crecer capas contiguas de ambos materiales. La  $x$  que aparece en la fórmula del arseniuro de galio-aluminio es un número que varía entre 0 y 1, y da cuenta de la proporción entre  $GaAs$  y  $AlAs$ . El ancho de la banda prohibida a una temperatura de  $300K$  varía entre 1,42 y 1,92 eV para valores de  $x$  dentro del intervalo  $0 \leq x \leq 0,37$  [4].

A fin de maximizar la recombinación en una unión p-n es conveniente colocar una heterounión en cada lado de la región donde los electrones y huecos se recombinan, formando una doble heteroestructura como la mostrada en la Figura 7.



**Figura 7:** Diagrama de una doble heteroestructura.

La capa activa de  $GaAs$  está colocada entre dos capas de confinamiento de  $GaAlAs$  cuyas separaciones energéticas al ser mayores mantienen confinados a los electrones y a los huecos dentro de la capa activa (Figura 8). Las capas de contacto son semiconductores altamente dopados de  $GaAs$  (el superíndice + se emplea para señalar este alto dopamiento), pues las capas metálicas de contacto pueden unirse más fácilmente a materiales con una separación energética pequeña con una conductividad relativamente grande.



**Figura 8:** Electrones (e) huecos (h) reflejados por las capas de confinamiento de una doble heteroestructura.

La presencia de las capas de confinamiento en las heteroestructuras presenta dos ventajas importantes, por un lado su mayor separación energética con respecto a la capa activa las vuelve transparentes a los fotones emitidos; por otro lado tienen un índice de refracción inferior al de la capa activa, con lo cual aquellos fotones que son emitidos de manera casi paralela a la unión son guiados por reflexión total interna [7][8], dando lugar a una emisión de luz más eficiente.



### 1.1.2. Láseres de diodo.

Hasta el momento se ha descrito el funcionamiento de un diodo emisor de luz (LED). Para obtener un láser de diodo es necesario generar una inversión de población dentro de la capa activa que provea una ganancia suficiente para compensar las pérdidas. En la mayoría de los diodos láser la cavidad está formada por las superficies planas paralelas que se encuentran en los lados opuestos de la región activa.

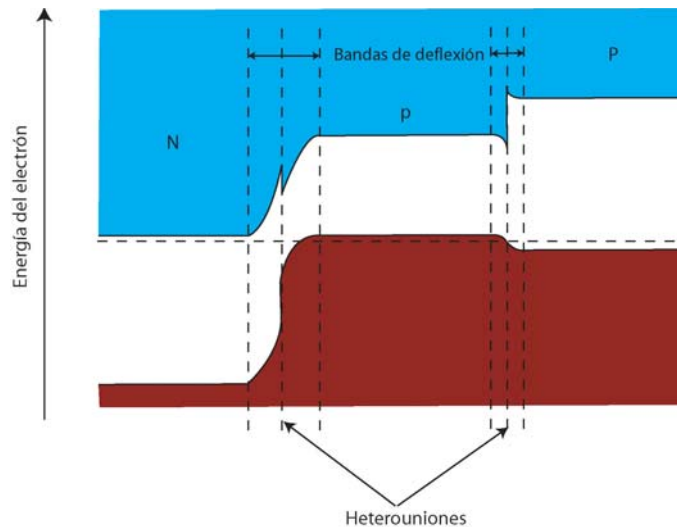
En todos los láseres se obtiene ganancia en la región activa si la tasa de cambio en las poblaciones producida por la emisión estimulada excede la de absorción. La probabilidad de que ocurra una emisión estimulada entre las bandas de conducción y de valencia depende de cuatro factores: el coeficiente  $B_{21}$  de Einstein [9] para la transición, la densidad de energía  $\rho(\nu_{21})$  de la radiación estimulada, la probabilidad  $f_2$  de que un electrón se encuentre ocupando un nivel de energía superior, y la probabilidad  $1 - f_1$  de que exista un hueco en el nivel inferior. Lo anterior se puede escribir formalmente como

$$\text{ganancia} \propto [B_{21}f_2(1 - f_1) - B_{12}f_1(1 - f_2)]\rho(\nu_{21}) \quad (4)$$

lo cual al suponer  $B_{12} = B_{21}$  se reduce a

$$\text{ganancia} \propto f_2 - f_1 \quad (5)$$

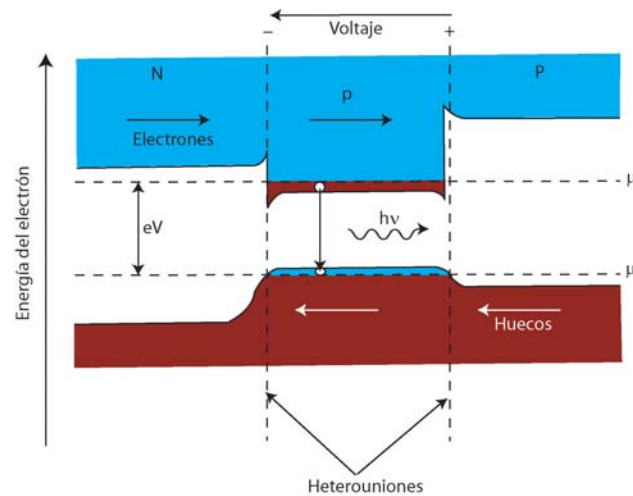
En semiconductores tipo p altamente dopados la energía de Fermi es llevada hacia dentro de la banda de valencia. Si este semiconductor es usado como región activa en una doble heteroestructura N-p-P, entonces los niveles de energía en equilibrio térmico aparecen como se muestra en la Figura 9.



**Figura 9:** Diagrama de las bandas de energía en equilibrio térmico de una doble heteroestructura N-p-P en la cual la región p está altamente dopada. Notese que el nivel de Fermi en la región p se encuentra dentro de la banda de valencia.

Aplicando una corriente suficientemente alta se observa que en la región activa existen electrones libres por debajo del nivel  $\mu_c$  y huecos libres por encima del nivel  $\mu_v$ , los

cuales se pueden recombinar facilmente dando lugar a la emisión espontánea de fotones (Figura 10)



**Figura 10:** Diagrama de las bandas de energía de una doble heteroestructura N-p-P en la cual la región p está altamente dopada, cuando la heterounión es sometida a una corriente. Los electrones que fluyen de la región N y los huecos que fluyen de la región P son atrapados en el pozo de potencial de la región p, creando una inversión de población.

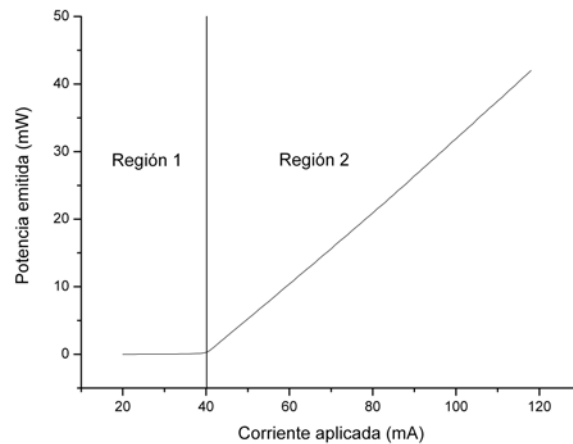
En un láser de diodo la región activa es generalmente muy delgada, su ancho  $w$  va de unos cuantos nanómetros a unos cuantos micrómetros, lo cual da origen a la polarización lineal de la radiación emitida, pues el campo eléctrico se orienta preferentemente en la dirección paralela a la unión. En general la corriente inyectada al láser se confina en una zona de longitud  $l > w$  a lo largo de la región activa, por lo que se puede hablar de una ventana de emisión de área  $lw$ .

La forma de la sección transversal del haz emitido depende del área  $lw$  de la ventana de emisión y de la corriente inyectada al diodo láser. En particular cuando  $lw$  es lo suficientemente pequeña la sección transversal del haz no depende de la corriente y presenta una forma elíptica. Una capa activa muy delgada genera que el haz emergente sufra difracción, lo cual origina que el haz se vuelva divergente y que el semieje mayor de la elipse se oriente en dirección perpendicular a la unión.

La cavidad de un láser de diodo es típicamente de unos cientos de micrómetros de longitud, por lo cual pequeñas variaciones térmicas o mecánicas pueden modificar su dimensión y por lo tanto la frecuencia emitida. En particular cuando se inyectan corrientes altas al diodo láser, es posible observar la oscilación de diferentes modos longitudinales que compiten entre sí. Por lo anterior es importante controlar externamente la temperatura y la corriente inyectada al diodo láser.

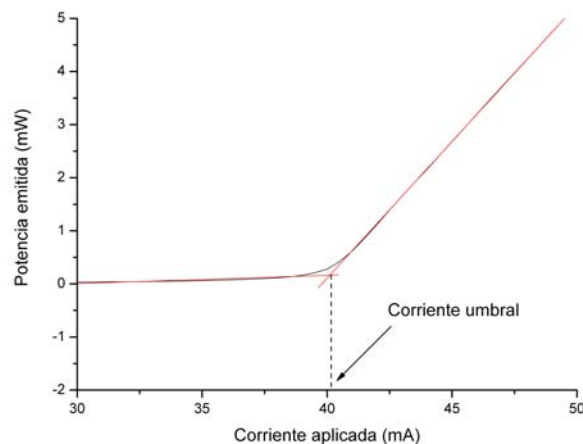
En la Figura 11 se muestra la variación de la potencia emitida por el diodo láser Hitachi HI7851G empleado en el presente trabajo, en función de la corriente aplicada. En ella se pueden observar dos regiones: en la primera el comportamiento es lineal y corresponde a corrientes bajas donde el diodo se comporta como un LED común, la segunda región corresponde a corrientes en las que el diodo ya se comporta como un

láser pero aún conserva el comportamiento lineal. Este comportamiento es típico de los diodos láser cuando operan en modo libre, es decir sin ningún tipo de retroalimentación. [4].



**Figura 11:** Diagrama de potencia emitida ( $P$ ) vs corriente aplicada ( $I$ ) en el diodo láser Hitachi HI7851G empleado en el presente trabajo.

Las dos regiones mencionadas están separadas por una zona de inflexión, ésta indica que la corriente ha adquirido un valor lo suficientemente grande para lograr la inversión de población e iniciar la emisión láser. Dado que el comportamiento observado en estas regiones es lineal es posible encontrar el valor de la corriente donde las líneas de ajuste se intersectan, a este valor se le conoce como la corriente umbral y corresponde al valor de la corriente en que la emisión láser se estabiliza (Figura 12).



**Figura 12:** Corriente umbral del diodo láser Hitachi HI7851G empleado en el presente trabajo.

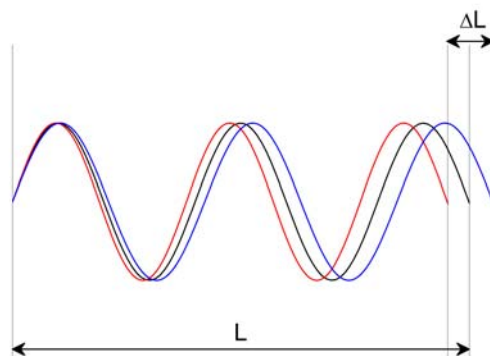
## 1.2. Cavity extendida.

En la sección anterior se describieron las características que hacen del diodo láser una buena fuente de radiación electromagnética para un láser de diodo unimodo sintonizable. A continuación se explica porque el uso de una cavidad extendida usando una rejilla de difracción permite obtener un excelente selector de frecuencia.

La frecuencia central de emisión de un láser está determinada por la longitud  $L$  de su cavidad interna, pues sólo son amplificadas aquellas frecuencias cuya longitud de onda  $\lambda$  cumple la igualdad

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

donde  $m$  es un entero. Como se mencionó anteriormente en los láseres de diodo la cavidad es de unos cientos de micrómetros, por lo que pequeñas variaciones mecánicas o de temperatura afectan la longitud de la cavidad, lo que genera que frecuencias cercanas entre sí sean amplificadas como se muestra en la Figura 13.

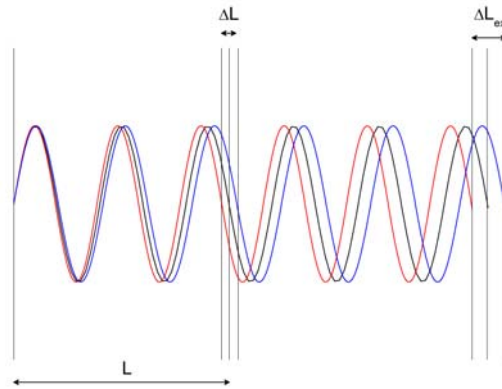


**Figura 13:** Cavidad de un láser cuya longitud  $L$  es modificada por pequeñas variaciones mecánicas o de temperatura  $\Delta L$ . Las líneas de colores distintos representan ondas con frecuencias cercanas entre sí, pero distintas.

Colocando una superficie reflectora a la salida del láser, de tal manera que parte del haz regrese al interior de la cavidad, es posible amplificar un número mucho menor de frecuencias emitidas por el láser. Lo anterior ocurre porque al viajar fuera de la cavidad las frecuencias se separan entre sí (Figura 14), con lo que sólo algunas frecuencias siguen cumpliendo la condición (6).

Las rejillas de difracción son buenas superficies reflectoras para formar la cavidad extendida, además de que permiten separar una onda electromagnética policromática en sus diferentes componentes. Existen dos clases de rejilla dependiendo de si la separación en componentes se observa en la luz transmitida o en la luz reflejada, en el primer caso se tiene una rejilla de transmisión y en el segundo una rejilla de reflexión, la que se describe a continuación corresponde al último grupo.

La superficie de una rejilla de reflexión está cubierta por un patrón regular de surcos paralelos, cuya distancia entre sí es comparable con la longitud de onda de la luz



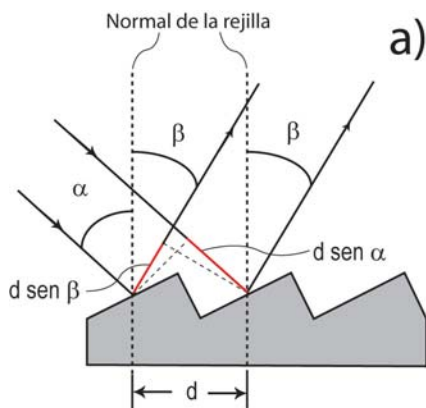
**Figura 14:** Cavidad extendida. Se observa que la separación entre las ondas, de frecuencia distinta, aumenta al alejarse de la cavidad  $\Delta L < \Delta L_{ext}$ .

incidente  $d \approx \lambda$ . Cada surco se convierte en una fuente de radiación que reemite la luz incidente. La luz total reflejada es por lo tanto una superposición coherente de las ondas electromagnéticas reflejadas por cada escalón, por lo que se observan regiones de interferencia constructiva y destructiva.

El origen de la interferencia constructiva se ilustra en la Figura 15 a), en ella se muestran 2 rayos paralelos incidiendo en dos surcos adyacentes a un ángulo  $\alpha$  con respecto a la normal de la rejilla. La interferencia constructiva ocurre en los ángulos de reflexión  $\beta$  para las cuales la diferencia de caminos ópticos  $\Delta s = d \sin \beta - d \sin \alpha$  es un múltiplo entero  $m$  de la longitud de onda  $\lambda$ , a estos ángulos se les conoce como órdenes de difracción y son diferentes para cada frecuencia [7].

$$d(\sin \alpha \pm \sin \beta) = m\lambda \quad (7)$$

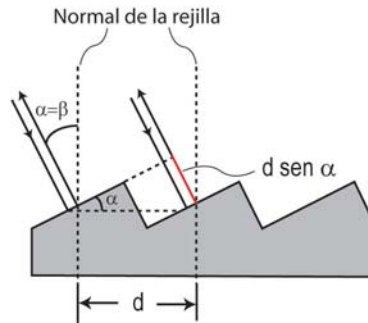
cuando los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se encuentran del mismo lado de la normal a la rejilla se emplea el signo positivo, en caso contrario se usa el signo negativo. El orden de difracción cero  $m = 0$  corresponde al ángulo de reflexión especular  $r$  dado por la óptica geométrica.



**Figura 15:** a) Origen de la interferencia constructiva producida por una rejilla de difracción. b) Rejilla real dispersando en varios colores luz natural.

En el caso particular en que el ángulo de incidencia y el ángulo correspondiente al orden  $m=1$  coinciden se tiene la configuración Littrow [7] (Figura 16), con lo cual la ecuación (7) para interferencia constructiva se reduce a

$$2d\sin\alpha = m\lambda \quad (8)$$



**Figura 16:** Configuración Littrow.

Empleando la configuración Littrow a la salida de un diodo láser se obtiene que un haz cuya longitud de onda  $\lambda_0$  satisface la ecuación (8) es reflejado al interior del diodo láser. Este haz estimula la emisión de fotones con la misma longitud de onda  $\lambda_0$ , provocando que el láser centre su emisión en dicha longitud de onda, y que al mismo tiempo disminuya el ancho de banda de la emisión, con lo cual se obtiene un láser de diodo unimodo.

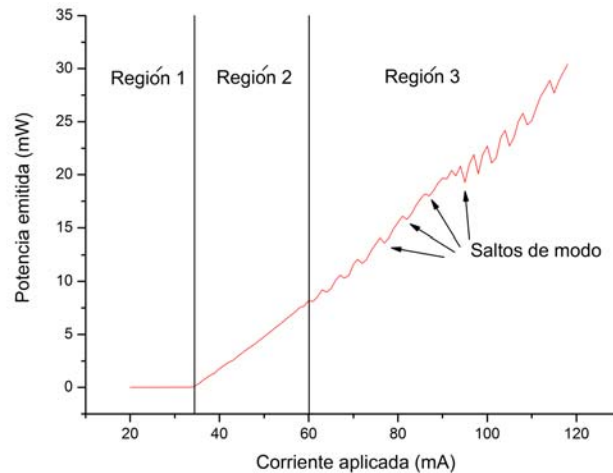
Variando el ángulo de incidencia  $\alpha$  o la longitud de la cavidad se logra cambiar la longitud  $\lambda_0$  que satisface la ecuación (8), con lo que se puede sintonizar de manera controlada la longitud de emisión del láser volviéndolo sintonizable.

Para construir la cavidad extendida de este trabajo se emplearon rejillas de difracción con grabado de surcos holográfico, pues con ella se evita la aparición de reflejos producidos por imperfecciones en la rejilla. Al igual que en una antena retransmisora en las rejillas se debe cuidar que los surcos se encuentren alineados con el eje de polarización del haz incidente, pues de esta manera se garantiza la reflexión de la mayor cantidad de luz en la dirección del primer orden de difracción ( $m = 0$ ).

La rejilla empleada para la construcción del laser unimodo sintonizable que se describe en el capítulo 5 es una rejilla holográfica de 1800 surcos por milimetro (Thorlabs), por lo que la separación entre surcos es  $d \approx 555,55nm$ . Haciendo incidir un haz láser cuya frecuencia central es de 780 nm, la ecuación (8) arroja como ángulo de incidencia  $\alpha = 44,6$ . Lo anterior resulta muy cómodo porque permite emplear una base con un corte a  $45^\circ$  (como la mostrada en el Apéndice A) y a partir de este ángulo ajustar la rejilla.

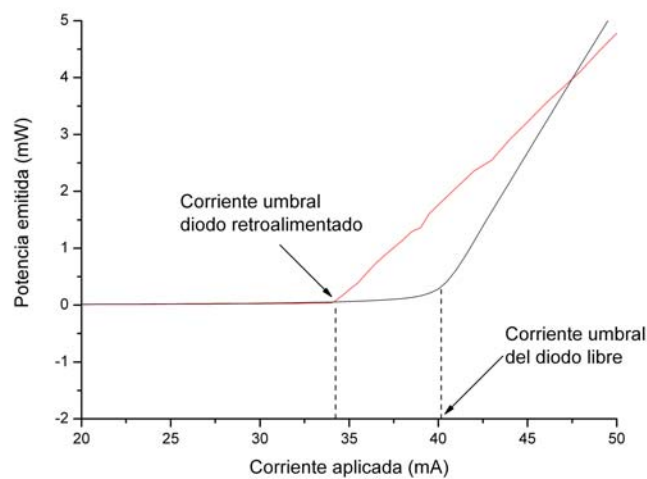
Al observar la dependencia de la potencia emitida por el diodo retroalimentado en función de la corriente aplicada se observa que aparece una tercera región (Figura 17). En esta región el comportamiento lineal desaparece debido a la aparición de diferentes modos longitudinales que compiten entre sí [4]. En esta región se pueden observar

pequeños intervalos en los que el comportamiento es lineal, la separación entre dos intervalos se conoce como salto de modo. Se busca que el diodo funcione en el centro de alguno de estos intervalos.



**Figura 17:** Diagrama de potencia emitida (P) vs corriente aplicada (I) en el diodo láser Hitachi HI7851G retroalimentado. En el se observan las tres regiones de emisión.

También se observa que la corriente umbral es menor con respecto a la obtenida cuando el diodo operaba en modo libre (Figura 18). Esto se debe a que la retroalimentación favorece la recombinación de huecos y electrones en el semiconductor por emisión estimulada, permitiendo que el diodo comience una emisión láser estable con una corriente menor.



**Figura 18:** Cambio en la corriente umbral del diodo láser Hitachi HI7851G.

## 2. Rubidio.

Actualmente el Rubidio (Rb) es ampliamente usado en espectroscopia láser. Esto se debe principalmente a dos factores: es un elemento alcalino y cuenta con líneas de absorción alrededor de los 780 nm. El primero factor asegura que en los cambios entre niveles de energía sólo interviene el electrón que se encuentra en su capa externa. El segundo factor permite emplear diodos láseres comerciales de bajo costo para excitar el Rubidio, pues el espectro de emisión de estos láseres se encuentra generalmente centrado en 780 nm.

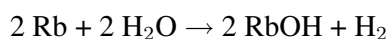
### 2.1. Propiedades generales.

El rubidio es un metal alcalino blando de color plateado blanco brillante. Existen 24 isótopos de rubidio, de los cuales sólo dos pueden encontrarse en la naturaleza, el isótopo estable  $^{85}\text{Rb}$  y el radiactivo  $^{87}\text{Rb}$ , que tiene una vida media larga ( $48.8 \times 10^{10}$  años) antes de decaer en  $^{87}\text{Sr}$  estable emitiendo una partícula beta negativa [10].

	Abundancia Relativa	Espin Nuclear I
$^{85}\text{Rb}$	0.72165	5/2
$^{87}\text{Rb}$	0.27835	3/2

El Rubidio tiene una densidad de  $1.532 \text{ g/cm}^3$  [11]. Su punto de fusión es de 312.46 K, por lo que a temperatura ambiente se encuentra en estado sólido. Su punto de ebullición es de 961 K [10]. Su presión de vapor a 312.6 K es de  $1,56 \times 10^{-4} \text{ Pa}$  [12].

Es un elemento que reacciona violentamente con el agua (inclusive con el vapor de agua presente en la atmósfera) pudiendo provocar la inflamación del hidrógeno desprendido en la reacción:

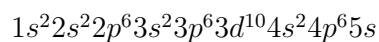


También reacciona fácilmente con oxígeno, perdiendo su brillo rápidamente, formando un recubrimiento de óxido y pudiendo arder. Los óxidos que se producen son una mezcla de  $\text{Rb}_2\text{O}$ ,  $\text{Rb}_2\text{O}_2$  y  $\text{RbO}_2$ . En estado líquido el Rubidio se inflama espontáneamente en contacto con el aire [10].

Para asegurar la pureza del metal y la seguridad en su manipulación se almacena en aceite mineral seco, en vacío o en una atmósfera inerte [10].

### 2.2. Estructura atómica.

La configuración electrónica del Rubidio en su estado base es





Las interacciones que existen entre los diferentes momentos angulares del átomo de Rubidio (momento angular electrónico  $J$ , spin electrónico  $S$  y spin nuclear  $I$ ) dan lugar a las estructuras fina e hiperfina, dichas interacciones siguen reglas bien definidas por la teoría general del momento angular [13].

La interacción espín - órbita es la responsable del desdoblamiento de la estructura fina. En esta interacción se acoplan el momento angular orbital  $\mathbf{L}$  y el momento angular de espín  $\mathbf{S}$  para formar el momento angular total electrónico  $\mathbf{J}$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

De acuerdo a la teoría general de momento angular la magnitud del momento total electrónico puede tomar los valores

$$|L - S| \leq J \leq L + S$$

Entonces, para el estado base  $5S_{1/2}$  y los estados excitados  $5P_{1/2}$  y  $5P_{3/2}$  tenemos

	n	L	S	J
$5S_{1/2}$	5	0	1/2	1/2
$5P_{1/2}, 5P_{3/2}$	5	1	1/2	1/2, 3/2

En la interacción hiperfina se acoplan el momento angular total electrónico  $\mathbf{J}$  y el momento angular nuclear  $\mathbf{I}$  para formar el momento angular total  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$$

En este caso la magnitud del momento angular total  $\mathbf{F}$  puede tomar los valores

$$|J - I| \leq F \leq J + I$$

Los estados de energía  $P$  del Rubidio se desdoblan debido a la interacción hiperfina en los estados

Isótopo	J	I	F
$^{85}\text{Rb}$	1/2	5/2	2, 3
	3/2	5/2	1, 2, 3, 4
$^{87}\text{Rb}$	1/2	3/2	1, 2
	3/2	3/2	0, 1, 2, 3

El momento angular total  $\mathbf{F}$  tiene distintas proyecciones  $M_F$  cuyos valores están dados por

$$-F \leq M_F \leq F$$

Las reglas de selección para las transiciones dipolares eléctricas [13] establecen que se debe cumplir

$$\Delta F = 0, \pm 1 \quad (9)$$

$$\Delta M_F = 0, \pm 1 \quad (10)$$

El caso  $\Delta M_F = 0$  ocurre cuando la transición es inducida por luz con polarización lineal y los casos  $\Delta M_F = -1, 1$  corresponden a transiciones inducidas con luz con polarización circular izquierda y derecha respectivamente.

En la Figura 19 se presentan las transiciones permitidas entre el estado base  $5S_{1/2}$  y los estados excitados  $5P_{1/2}$ ,  $5P_{3/2}$  de los isótopos  $^{85}\text{Rb}$  y  $^{87}\text{Rb}$ . De acuerdo con la base de datos de NIST [14] la separación entre los estados finos  $5S_{1/2}$  y  $5P_{1/2}$  (línea D1) es de 377.10743395 THz (794.7 nm), mientras que la separación de los estados  $5S_{1/2}$  y  $5P_{3/2}$  (línea D2) es de 384.23035 THz (780.2 nm).

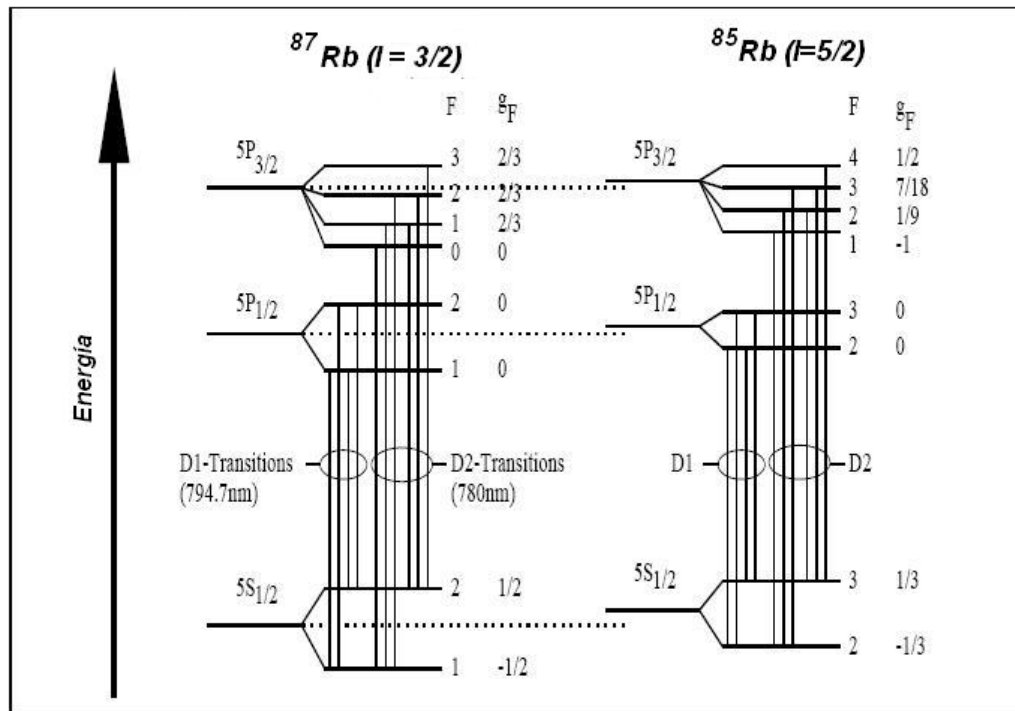


Figura 19: Transiciones permitidas en Rubidio.

En el presente trabajo se estudian únicamente las transiciones entre los niveles hiperfinos  $F$  del estado  $5S_{1/2}$  y  $F'$  del estado  $5P_{3/2}$ . Usando los resultados reportados en [15] se calcularon las frecuencias de las transiciones permitidas. En la siguiente tabla se presentan las diferencias en frecuencia ( $\Delta\nu$ ) entre estas transiciones y la frecuencia de la línea D2 de la estructura fina.

Transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$					
$^{85}\text{Rb}$			$^{87}\text{Rb}$		
F	F'	$\Delta\nu$ (MHz)	F	F'	$\Delta\nu$ (MHz)
3	2	-1348.75475	2	1	-2793.1995
	3	-1285.37375		2	-2636.0295
	4	-1164.63375		3	-2368.9745
2	1	1657.66125	1	0	3969.1575
	2	1686.97525		1	4041.4825
	3	1750.35625		2	4198.6525

### 3. Líneas espectrales.

La mecánica cuántica establece que cada átomo cuenta con un conjunto de niveles de energía bien definido. El espectro de energía es discreto y las transiciones entre niveles deben seguir ciertas reglas, dependiendo del tipo de interacción que produce la excitación.

En muestras atómicas a baja presión las transiciones entre niveles de energía ocurren principalmente por absorción y emisión de radiación electromagnética. El conjunto de frecuencias de la radiación involucrada en las transiciones forma el espectro de absorción o emisión del elemento en cuestión.

Cuando un átomo interactúa con radiación, existen tres procesos por los que puede cambiar de estado energético: absorción, emisión espontánea y emisión estimulada. Los cambios en energía están estrechamente relacionados con cambios en las poblaciones de los niveles atómicos, los cuales se describen con los coeficientes de Einstein [9].

Las líneas espectrales nunca son estrictamente monocromáticas [2]. Al estudiar más detalladamente una transición entre los niveles inferior  $|1\rangle$  y superior  $|2\rangle$  con energías  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente, se encuentra que alrededor de la frecuencia central de la transición  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$  existe una distribución espectral  $I(\omega)$ .

En la vecindad de  $\omega_0$  la función  $I(\omega)$  es conocida como el perfil de línea. El intervalo de frecuencias  $\gamma = |\omega_2 - \omega_1|$  entre las frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  tales que  $I(\omega_1) = I(\omega_2) = I(\omega_0)/2$  es llamado ancho completo en la mitad del máximo o simplemente el ancho de banda de la línea espectral. El significado físico del ancho de banda es la incertidumbre con que puede ser medida la frecuencia de la transición entre los niveles  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ .

En el caso del espectro de absorción se tiene una diferencia significativa en el comportamiento de los átomos. Cuando todos los átomos de una muestra que se encuentran en el nivel inferior  $E_1$  tienen la misma probabilidad  $P_{12}(\omega)$  de absorber una onda electromagnética de frecuencia  $\omega$ , se dice que el ensanchamiento de la línea espectral es homogéneo, en otro caso se habla de un ensanchamiento inhomogéneo.

Los orígenes del ancho de banda pueden ser varios, a continuación se describen los más significativos para las espectroscopias tratadas.

#### 3.1. Ancho de banda natural.

Todos los espectros atómicos presentan un ensanchamiento "natural", llamado de esta manera porque su origen está intrínsecamente relacionado a las transiciones atómicas. El perfil de línea asociado a este ensanchamiento tiene como característica ser Lorentziano como se explica en la Section 3.1.1.

Para mostrar de manera clara el origen del ensanchamiento y el carácter Lorentziano del perfil de línea se utilizará el hecho de que la emisión y la absorción pueden ser entendidos como procesos inversos. Primero se muestra que efectivamente el perfil de línea de las líneas de emisión es Lorentziano para posteriormente describir el ensanchamiento de los espectros de absorción.

### 3.1.1. Perfil de línea Lorentziano del espectro de emisión.

Un átomo excitado que decae espontáneamente a través de la transición  $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$ , emite energía con frecuencia central  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ . Para obtener la distribución espectral que se origina en este proceso se describe al electrón excitado usando el modelo clásico del oscilador armónico amortiguado sin forzamiento de frecuencia  $\omega$ , masa  $m$ , constante de restauración  $k$  y constante de amortiguamiento  $\gamma$ , donde esta última da cuenta de la energía radiada [2]. En el caso de átomos reales el amortiguamiento es tan pequeño que  $\gamma \ll \omega$ .

De la mecánica clásica [16] se tiene que la amplitud de oscilación  $x(t)$  se obtiene resolviendo la ecuación de movimiento

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (11)$$

donde  $\omega_0^2 = k/m$ .

La solución de la ecuación (11) con condiciones iniciales  $x(0) = x_0$  y  $\dot{x}(0) = 0$  es [17]

$$x(t) = x_0 e^{-(\gamma/2)t} [\cos(\omega t) + (\gamma/2\omega) \text{sen}(\omega t)] \quad (12)$$

La frecuencia  $\omega = (\omega_0^2 - \gamma^2/4)^{1/2}$  del oscilador amortiguado es ligeramente menor que la frecuencia  $\omega_0$  del oscilador sin amortiguamiento. Sin embargo, para amortiguamientos pequeños  $\gamma \ll \omega$  se puede realizar la aproximación  $\omega \approx \omega_0$  y despreciar el segundo término de (12). Con esta aproximación la solución queda

$$x(t) = x_0 e^{-(\gamma/2)t} \cos(\omega_0 t) \quad (13)$$

Debido a que la amplitud  $x(t)$  de la oscilación decrece gradualmente, la frecuencia de la radiación emitida deja de ser constante, mostrando una distribución  $A(\omega)$  (Figura 20).



**Figura 20:** a) Oscilación amortiguada. b) Perfil de intensidad  $I(\omega - \omega_0)$  obtenido por medio de la Transformada de Fourier de  $x(t)$ .

Para encontrar la distribución de frecuencias se describe a la oscilación amortiguada  $x(t)$  como una superposición de oscilaciones monocromáticas  $\exp(i\omega t)$  de frecuencia  $\omega$  y amplitudes  $A(\omega)$  [17][18].

$$x(t) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} A(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (14)$$

Las amplitudes  $A(\omega)$  se calculan usando la transformada de Fourier [18]

$$A(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (15)$$

Dado que para  $t < 0$ ,  $x(t) = 0$  el límite de integración inferior puede igualarse a cero. Sustituyendo (13) en (15) e integrando se obtiene

$$A(\omega) = \frac{x_0}{\sqrt{8\pi}} \left( \frac{1}{i(\omega - \omega_0) + \gamma/2} + \frac{1}{i(\omega + \omega_0) + \gamma/2} \right) \quad (16)$$

La intensidad real  $I(\omega) \propto A(\omega)A^*(\omega)$  contiene términos con  $\omega - \omega_0$  y  $\omega + \omega_0$  en el denominador. Es posible encontrar una vecindad alrededor de la frecuencia central  $\omega_0$  de una transición atómica donde  $(\omega + \omega_0)^2 \ll \omega_0^2$ , en ese intervalo los términos con  $\omega + \omega_0$  pueden ser despreciados obteniendo para el perfil de intensidad la expresión

$$I(\omega - \omega_0) = \frac{C}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (17)$$

La constante C puede ser definida de dos maneras

a) A fin de comparar diferentes perfiles de línea es útil definir un perfil de intensidad normalizado  $L(\omega - \omega_0) = I(\omega - \omega_0)/I_0$  donde  $I_0 = \int I(\omega) d\omega$  tal que

$$\int_0^{\infty} L(\omega - \omega_0) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} L(\omega - \omega_0) d(\omega - \omega_0) = 1 \quad (18)$$

con esta normalización la integral de (17) da como resultado  $C = I_0\gamma/2\pi$ , y se tiene

$$L(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (19)$$

que es llamado el perfil Lorentziano normalizado. Su ancho de banda es  $\gamma$

Cualquier distribución con un perfil Lorentziano es entonces de la forma

$$I(\omega - \omega_0) = \frac{I_0}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} = I_0 L(\omega - \omega_0) \quad (20)$$

cuyo máximo de intensidad es  $I(\omega_0) = 2I_0/(\pi\gamma)$ .

b) Frecuentemente la normalización de (17) es elegida de tal forma que  $I(\omega_0) = I_0$ . En esta notación el perfil Lorentziano de una transición  $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$  es

$$I(\omega) = I_0 L^*(\omega - \omega_0) \quad (21)$$

donde

$$L^*(\omega - \omega_0) = \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (22)$$

Haciendo el cambio de variable  $x = \frac{(\omega_0 - \omega)}{\gamma/2}$  se obtiene

$$L^*(\omega - \omega_0) = \frac{1}{1 + x^2} \quad (23)$$

con  $L^*(\omega_0) = 1$

En esta notación la integral de  $I(\omega)$  es

$$\int_0^\infty I(\omega) d\omega = \frac{\gamma}{2} \int_{-\infty}^\infty I(x) dx = \pi I_0 \frac{\gamma}{2} \quad (24)$$

### 3.1.2. Ensanchamiento natural de transiciones de absorción.

A continuación se analiza el perfil de una línea de absorción de átomos en reposo. Considerese una onda plana propagándose en la dirección  $z$  a través de una muestra de átomos.

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (25)$$

La intensidad  $I$  de la onda decrecerá en una distancia  $dz$  una cantidad

$$dI = -\alpha I dz \quad (26)$$

El coeficiente de absorción  $\alpha$  de una transición  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  depende de las densidades de población  $N_1, N_2$  y de la sección eficaz de absorción  $\sigma_{12}[cm^2]$  de cada átomo.

Integrando (26) se obtiene la ley de Beer Lambert [7]

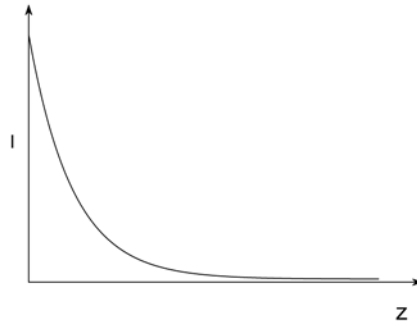
$$I = I_0 e^{-\alpha(\omega)z} \quad (27)$$

La dependencia de la intensidad con la distancia recorrida cuando el coeficiente de absorción es constante es un decaimiento exponencial (Figura 21). Para conocer la variación de la intensidad como función del coeficiente de absorción es necesario conocer la forma analítica de este último.

El perfil de absorción  $\alpha(\omega)$  puede ser obtenido usando el modelo clásico del oscilador amortiguado con carga  $q$  bajo la influencia de una fuerza de restauración  $qE$  causada por la onda incidente de amplitud  $E = E_0 e^{i\omega t}$ . La ecuación diferencial correspondiente

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = qE_0 e^{i\omega t} \quad (28)$$

tiene como solución [17]



**Figura 21:** Dependencia de la intensidad con la distancia  $z$ . Esta dependencia funcional se expresa por la ley de Beer Lambert, discutida en el texto.

$$x = \frac{qE_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (29)$$

con las abreviaciones  $\gamma = b/m$ , y  $\omega_0^2 = k/m$ .

La oscilación forzada de la carga  $q$  genera el momento dipolar inducido

$$p = qx = \frac{q^2 E_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (30)$$

En una muestra con  $N$  osciladores por unidad de volumen, la polarización macroscópica  $P$ , es la suma de todos los momentos dipolares por unidad de volumen

$$P = Nqx \quad (31)$$

Usando las ecuaciones de Maxwell es posible escribir la polarización  $P$  en la forma

$$P = \epsilon_0(\epsilon - 1)E \quad (32)$$

donde  $\epsilon_0$  es la constante dieléctrica y  $\epsilon$  es la constante dieléctrica relativa. En materiales no ferromagnéticos  $\epsilon$  está relacionada con el índice de refracción  $n$  por la igualdad [19]

$$n = \sqrt{\epsilon} \quad (33)$$

Combinando las ecuaciones (29 - 33), se puede reescribir al índice de refracción como

$$n^2 = 1 + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (34)$$

En medios gaseosos a bajas presiones, el índice de refracción es cercano a 1 [7], por lo cual se puede realizar la aproximación

$$n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1) \approx 2(n - 1) \quad (35)$$



Con lo que la ecuación (34) se reduce a

$$n = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (36)$$

El significado físico de este índice de refracción complejo puede dilucidarse separándolo en sus partes real e imaginaria

$$n = n' - i\kappa \quad (37)$$

Para ello se debe tomar en cuenta que toda onda electromagnética de la forma dada por (25) que viaja a través de un medio con índice de refracción  $n$  tiene la misma frecuencia  $\omega = \omega_0$  que en el vacío, pero diferente vector de onda  $k_n = k_0 n$ . Con estas consideraciones al insertar (36) en (25) y usando la igualdad  $|k| = 2\pi/\lambda$  se obtiene

$$E = E_0 e^{-k_0 \kappa z} e^{i(\omega t - k_0 n' z)} = E_0 e^{-2\pi \kappa z / \lambda_0} e^{ik_0(ct - n' z)} \quad (38)$$

La ecuación (38) muestra que la parte imaginaria  $\kappa(\omega)$  describe la absorción que sufre la onda electromagnética y que la parte real  $n'(\omega)$  representa la dispersión de la onda, es decir, la dependencia en frecuencia de la velocidad de fase  $v(\omega) = c/n'(\omega)$ .

La intensidad de la onda  $I \propto EE^*$  decrece como

$$I = I_0 e^{-2k_0 \kappa z} \quad (39)$$

Comparando con la ley de Beer Lambert (27) se obtiene la relación

$$\alpha = -2k_0 \kappa = \frac{4\pi \kappa}{\lambda_0} \quad (40)$$

Con lo que se establece que el coeficiente de absorción  $\alpha$  es proporcional a la parte imaginaria  $\kappa$  del índice de refracción complejo  $n = n' - i\kappa$

Las dependencias en frecuencia de  $\alpha$  y  $n'$  pueden obtenerse insertando (37) y (40) en (36). Separando las partes real e imaginaria se obtiene

$$\alpha = \frac{Nq^2 \omega_0}{c\epsilon_0 m} \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (41)$$

$$n' = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (42)$$

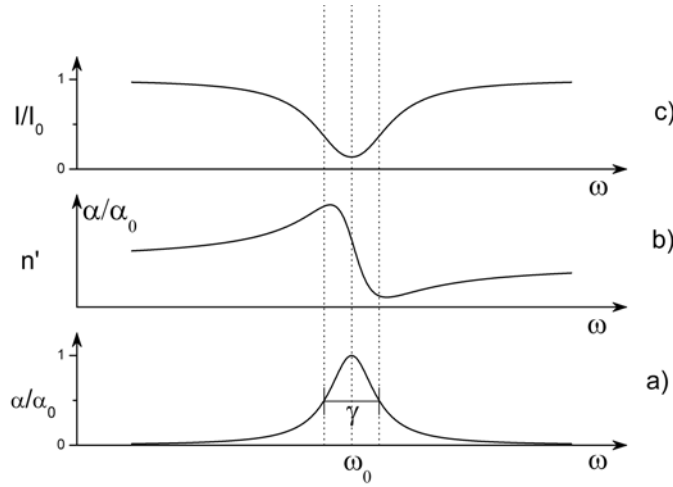
Las ecuaciones (41) y (42) se conocen como las relaciones de dispersión de Kramers-Kronig.

En la vecindad de la frecuencia de una transición atómica  $\omega_0$  donde  $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0$ , las relaciones de dispersión se reducen, usando  $q = e$ , a

$$\alpha(\omega) = \frac{Ne^2}{4\epsilon_0 mc} \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (43)$$

$$n' = 1 + \frac{Ne^2}{4\epsilon_0 m \omega_0} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (44)$$

En la Figura 22 se observa que el perfil de absorción  $\alpha(\omega)$  es Lorentziano con ancho de banda  $\gamma$ . Además se muestra cómo la diferencia  $n' - n_0 = n' - 1$  entre los índices de refracción en el aire y en el vacío da lugar a un perfil de dispersión. Usando la ley de Beer Lambert (27) y el coeficiente de absorción se obtiene finalmente la variación de la intensidad del haz absorbido como función de la frecuencia (Figura 22 c)).



**Figura 22:** Variación de a) el coeficiente de absorción, b) el coeficiente de dispersión y c) la intensidad absorbida en la vecindad de una transición atómica con frecuencia central  $\omega_0$ .

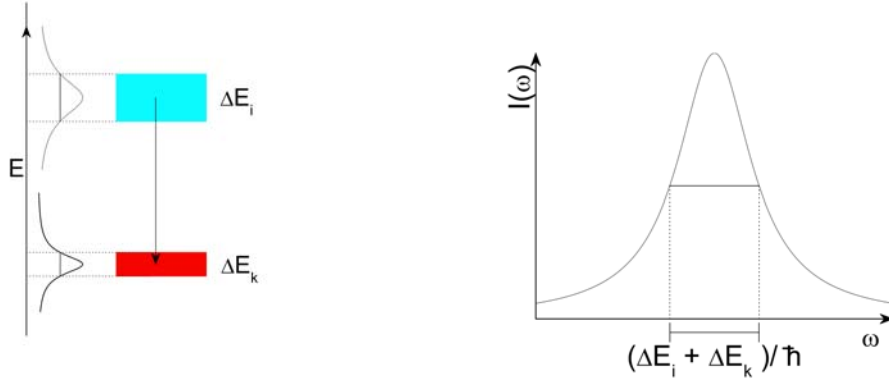
### 3.1.3. Relación entre el ancho de banda natural y el tiempo de vida media.

Es conocido que todo estado excitado  $|i\rangle$  con energía  $E_i$  tiene un tiempo de vida media propio  $\tau_i$  [13]. El principio de incertidumbre [21] establece que la energía  $E_i$  sólo puede ser determinada con una incertidumbre  $\Delta E_i = \hbar/\tau_i$ . De aquí se sigue que la frecuencia  $\omega = (E_i - E_k)/\hbar$  de una transición que decae al nivel base  $|k\rangle$  tiene una incertidumbre asociada de

$$\gamma = \Delta\omega = \frac{\Delta E_i}{\hbar} = \frac{1}{\tau_i} \quad (45)$$

En el caso más general en que el nivel inferior no es el estado base sino un estado excitado con tiempo de vida media  $\tau_k$ , las incertidumbres  $\Delta E_i$  y  $\Delta E_k$  de ambos niveles contribuyen al ancho de banda (Figura 23), dado que se trata de perfiles Lorentzianos es posible realizar una suma directa obteniendo un ancho de banda total de

$$\gamma_T = \Delta\omega_T = \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_k} \quad (46)$$



**Figura 23:** Relación entre el ancho de banda natural con las incertidumbres de los niveles involucrados en una transición atómica.

En particular, los niveles hiperfinos  $5P_{3/2}$  del Rubidio tiene un tiempo de vida media alrededor de  $1,6 \times 10^{-7}$  s. Lo cual da un ancho de banda natural alrededor de los 6 MHz.

### 3.2. Ensanchamiento Doppler.

En muestras gaseosas que se encuentran a baja presión el movimiento térmico de los átomos genera una contribución extra en el ensanchamiento de las líneas espectrales, conocida como ensanchamiento Doppler.

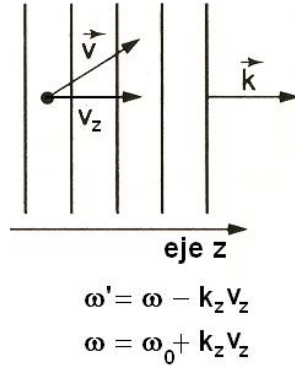
Considérese una onda electromagnética plana descrita por (25) moviéndose en la dirección  $z$  del sistema de referencia de un observador en reposo, sea  $k = k_z$ . Ahora colóquese un átomo en el estado base moviéndose a través de la onda con velocidad  $v = (v_x, v_y, v_z)$  con respecto al mismo sistema. Por el efecto Doppler cualquier frecuencia  $\omega$  en el sistema del observador sufre un corrimiento en el sistema coordinado centrado en el átomo, adquiriendo en este último el valor

$$\omega' = \omega - k_z v_z \quad (47)$$

Los átomos de la muestra sólo pueden absorber si la frecuencia  $\omega'$  coincide con la frecuencia central de absorción  $\omega_0$ . De lo anterior se sigue que la frecuencia de absorción  $\omega = \omega_a$  es

$$\omega_a = \omega_0 + k_z v_z \quad (48)$$

Para aquellos átomos cuya componente de velocidad  $v_z$  se encuentra en la misma dirección del vector de propagación  $k_z$  ( $k_z v_z > 0$ ) la frecuencia de absorción se incrementa (Figura 24). En el caso contrario ( $k_z v_z < 0$ ) la frecuencia de absorción disminuye.



**Figura 24:** Corrimiento Doppler de la frecuencia  $\omega$

La ecuación (48) puede reescribirse como

$$\omega_a = \omega_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \quad (49)$$

cuya diferencial es

$$d\omega = \frac{\omega_0}{c} dv_z \quad (50)$$

En equilibrio térmico, los átomos del gas siguen una distribución de velocidades Maxwelliana [5][6]. A temperatura  $T$ , el número de átomos  $n_i(v_z)dv_z$  por unidad de volumen que se encuentran en el nivel  $E_i$  y cuya componente de velocidad  $z$  se encuentra entre  $v_z$  y  $v_z + dv_z$  es

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_p \sqrt{\pi}} e^{-(v_z/v_p)^2} dv_z \quad (51)$$

donde

$N_i = \int n_i(v_z)dv_z$  es la densidad de todos los átomos en el nivel  $E_i$

$v_p = (2kT/m)^{1/2}$  es la velocidad más probable

$m$  es la masa del átomo

$k$  es la constante de Boltzmann

Sustituyendo  $v_z$  y  $dv_z$  de las ecuaciones (49) y (50) en la ecuación (51) obtenemos el número de átomos cuyas frecuencias de absorción fueron recorridas de la frecuencia  $\omega_0$  dentro del intervalo comprendido entre  $\omega$  y  $\omega + d\omega$

$$n_i(\omega)d\omega = \frac{N_i c}{\omega_0 v_p \sqrt{\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega_0 v_p} \right)^2 \right] d\omega \quad (52)$$

Dado que la potencia absorbida  $P(\omega)d\omega$  es proporcional a la densidad  $n_i(\omega)d\omega$  de átomos que absorben en el intervalo  $d\omega$ , el perfil de intensidad de una línea espectral con ensanchamiento Doppler es

$$I(\omega) = I_0 \exp \left[ - \left( \frac{c(\omega - \omega_0)}{\omega_0 v_p} \right)^2 \right] \quad (53)$$

Se obtiene un perfil Gaussiano con anchura

$$\gamma_D = \frac{2}{c} \sqrt{\ln 2} \omega_0 v_p = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{m}} \quad (54)$$

también conocido como ancho Doppler. Despejando  $\omega_0 v_p / c$  de (54) y usando la aproximación  $1/(4 \ln 2) = 0,36$ , la ecuación (53) se puede reescribir como

$$I(\omega) = I_0 \exp \left[ - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{0,36 \gamma_D^2} \right] \quad (55)$$

Introduciendo los valores del Rubidio en la ecuación (54) y tomando  $T = 290,15K$  se obtiene el ancho Doppler para cada isótopo, los cuales se presentan en la siguiente tabla.

Isótopo	Ancho Doppler (MHz)
$^{85}Rb$	502.8
$^{87}Rb$	508.7

Un análisis más detallado muestra que una línea espectral con ensanchamiento Doppler no puede ser representada de manera estricta por un perfil puramente Gaussiano, como hasta el momento se ha trabajado, esto debido a que no todos los átomos con componente de velocidad  $v_z$  bien definido absorben o emiten radiación a la misma frecuencia  $\omega' = \omega_0(1 + v_z/c)$ . El tiempo de vida de los niveles atómicos origina que la respuesta en frecuencia de los átomos tenga un perfil Lorentziano centrado en la frecuencia  $\omega'$ .

$$L(\omega - \omega') = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega')^2 + (\gamma/2)^2} \quad (56)$$

Sea  $n(\omega')d\omega' = n(v_z)dv_z$  el número de átomos por unidad de volumen cuya componente de velocidad  $z$  se encuentra en el intervalo  $[v_z, v_z + dv_z]$ . El espectro de distribución de intensidad  $I(\omega)$  de la absorción o emisión total de todos los átomos en la transición  $E_i \rightarrow E_k$  es

$$I(\omega) = I_0 \int n(\omega') L(\omega - \omega') d\omega' \quad (57)$$

Insertando las ecuaciones (52) y (56) en (57), se obtiene

$$I(\omega) = C \int \frac{e^{-\left(\frac{c}{v_p} \frac{\omega_0 - \omega'}{\omega_0}\right)^2}}{(\omega - \omega')^2 + (\gamma/2)^2} d\omega' \quad (58)$$

con

$$C = \frac{\gamma N_i c}{2v_p \pi^{3/2} \omega_0} \quad (59)$$

Este perfil de intensidad es una convolución de los perfiles Lorentziano y Gaussiano, y es conocido como perfil de Voigt.

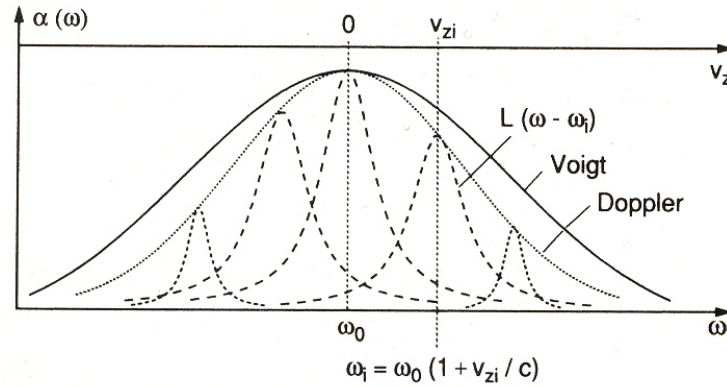


Figura 25: Perfil de Voigt.

### 3.3. Saturación.

Cuando una onda plana (25) con intensidad  $I$  y densidad de energía

$$\rho(\omega) = \frac{I(\omega)}{c} \quad (60)$$

pasa a través de una muestra de átomos, que absorben en la transición  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ , provoca cambios en las poblaciones de los niveles involucrados en la transición de absorción. La tasa de cambio en las densidades de población  $N_1$ ,  $N_2$  de los niveles no degenerados  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  está descrito por las ecuaciones [2]

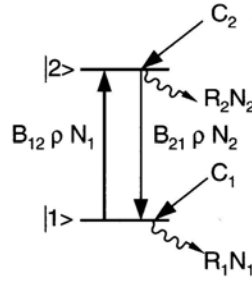
$$\frac{dN_1}{dt} = B_{12}\rho(N_2 - N_1) - R_1N_1 + C_1 \quad (61)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12}\rho(N_1 - N_2) - R_2N_2 + C_2 \quad (62)$$

donde  $B_{12}\rho$  es la probabilidad por segundo de que un átomo absorba un fotón en una unidad de volumen  $dV$ ,  $R_iN_i$  representan la velocidad de relajación total (incluyendo emisión espontánea) que despuebla el nivel  $|i\rangle$  y

$$C_i = \sum R_{ki}N_k + D_i \quad (63)$$

toma en cuenta todos los caminos de relajación hacia otros niveles  $|k\rangle$  que contribuyen a repoblar el nivel  $|i\rangle$  y también la velocidad de difusión  $D_i$  de los átomos en el nivel  $|i\rangle$  dentro del volumen de excitación  $dV$ . (Figura 26).



**Figura 26:** Sistema abierto.

El sistema descrito por las ecuaciones (61) y (62) se denomina sistema abierto de dos niveles, debido a que el bombeo óptico ocurre sólo entre los niveles  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ , los cuales a su vez, pueden decaer en otros niveles distintos.

Si las cantidades  $C_i$  no son afectadas de manera notable por el campo de radiación, en condiciones estacionarias ( $dN/dt = 0$ ) de las ecuaciones (61), (62) y (63) se obtiene la diferencia de población sin saturar para  $\rho = 0$

$$\Delta N^0 = N_2^0 - N_1^0 = \frac{C_2 R_1 - C_1 R_2}{R_1 R_2} \quad (64)$$

y para la diferencia de población saturada ( $\rho \neq 0$ )

$$\Delta N = \frac{\Delta N^0}{1 + B_{12}\rho(1/R_1 + 1/R_2)} = \frac{\Delta N^0}{1 + S} \quad (65)$$

donde el parámetro de saturación

$$S = \frac{B_{12}\rho}{R^*} = \frac{B_{12}I}{R^*c} \quad \text{con} \quad R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (66)$$

da la razón entre la transición de probabilidad inducida  $B_{12}\rho$  y la velocidad promedio de relajación  $R^*$ .

La intensidad  $I = I_s$  para la cual el parámetro  $S = 1$  es llamada intensidad de saturación. De (65) se deriva que para  $S = 1$  la diferencia de densidad de población  $\Delta N$  decrece a la mitad de su valor sin saturar  $\Delta N^0$ .

Cuando los átomos interactúan con radiación intensa aparece un nuevo ensanchamiento en el perfil de absorción debido a la saturación que sufren las densidades de población, a continuación se explica detalladamente este ensanchamiento.

### 3.3.1. Saturación de líneas homogéneamente ensanchadas.

La potencia absorbida por unidad de volumen en una transición  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  con densidades de población  $N_1$  y  $N_2$  está dada por [2]

$$\frac{dW_{12}}{dt} = \hbar\omega B_{12}\rho(\omega)\Delta N = \hbar\omega B_{12}\rho(\omega)\frac{\Delta N_0}{1+S} \quad (67)$$

Usando la ecuación (66) se puede reescribir como

$$\frac{dW_{12}}{dt} = \hbar\omega R^* \frac{\Delta N_0}{1+S^{-1}} \quad (68)$$

Dado que el perfil de absorción de una línea homogéneamente ensanchada es Lorentziano, la probabilidad de absorción inducida de una onda monocromática de frecuencia  $\omega$  sigue un perfil de línea Lorentziano  $B_{12}\rho(\omega)L(\omega - \omega_0)$ . Por lo anterior es posible introducir un parametro de saturación espectral  $S_\omega$  que dependa de la frecuencia

$$S_\omega = \frac{B_{12}\rho(\omega)}{R^*}L(\omega - \omega_0) \quad (69)$$

Suponiendo que la velocidad promedio de relajación  $R^*$  es independiente de  $\omega$  dentro del intervalo de frecuencias del perfil de línea, y usando la definición del perfil Lorentziano el perfil de línea queda escrito como

$$S_\omega = S_0 \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad \text{con} \quad S_0 = S_\omega(\omega_0) \quad (70)$$

Sustituyendo (70) en (68) se obtiene la dependencia en frecuencia de la potencia de la radiación absorbida por unidad de frecuencia.

$$\frac{dW_{12}}{dt} = \frac{\hbar\omega R\Delta N_0 S_0 (\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2 (1 + S_0)} = \frac{C}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (71)$$

Éste es un perfil Lorentziano cuyo ancho de banda está incrementado

$$\gamma_s = \gamma\sqrt{1 + S_0} \quad (72)$$

El ancho de banda  $\gamma_s$  de las líneas ensanchadas por saturación aumenta en la frecuencia central  $\omega_0$  por el parametro de saturación  $S_0$ . Si la velocidad de la transición inducida en la frecuencia  $\omega_0$  iguala la velocidad de relajación  $R^*$ , el parámetro de saturación  $S_0 = [B_{12}\rho(\omega_0)]/R$  toma el valor  $S_0 = 1$ , lo cual incrementa el ancho de banda por un factor  $\sqrt{2}$ , con respecto al ancho de banda sin saturar  $\gamma$ .

Dado que la potencia absorbida por unidad de volumen debe igualar la disminución de intensidad por centimetro  $dI = -\alpha_s I$  de una onda incidente con intensidad  $I$ , entonces de la ecuación (71) es posible deducir el coeficiente de absorción  $\alpha$ . Usando  $I = c\rho$  y  $S_\omega = [B_{12}\rho(\omega)]/R$  se obtiene

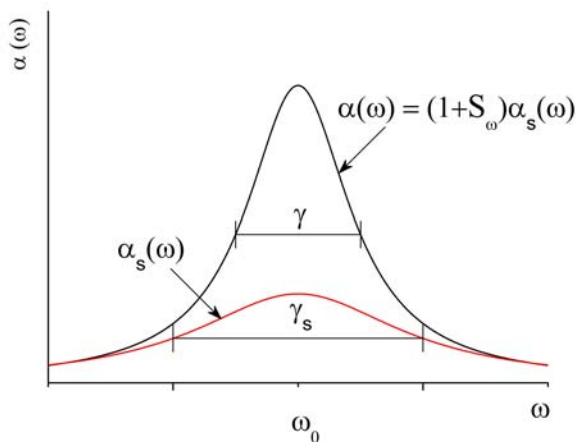
$$\alpha_s(\omega) = \alpha_0(\omega_0) \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} = \frac{\alpha_0(\omega)}{1 + S_\omega} \quad (73)$$



donde el perfil de absorción sin saturar es

$$\alpha_0(\omega) = \frac{2\hbar\omega B_{12}\Delta N_0}{\pi c\gamma} = \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (74)$$

Lo anterior muestra que la saturación disminuye el coeficiente de absorción  $\alpha(\omega)$  por un factor  $(1 + S_\omega)$ . En el centro de la línea este factor tiene su valor máximo  $(1 + S_0)$ , mientras que se acerca a 1 cuando el factor  $(\omega - \omega_0)$  aumenta como se puede observar en la Figura 27. Con lo cual queda explicado el ensanchamiento de la línea.



**Figura 27:** Ensanchamiento por saturación  $\gamma_s$  de un perfil de línea homogénea con ancho de banda  $\gamma$ .

### 3.3.2. Saturación de líneas inhomogéneamente ensanchadas.

A continuación se discute la saturación de los perfiles de línea inhomogéneos, centrándose en el caso de las transiciones con ensanchamiento Doppler, pues es el caso más importante para la espectroscopia de saturación.

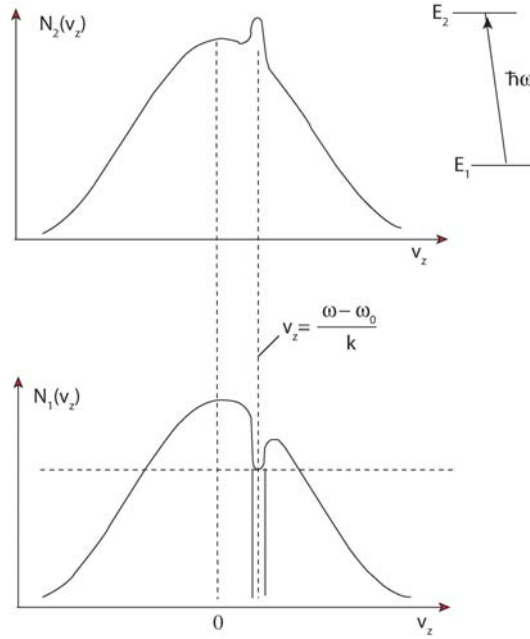
Como se explica en la Sección 3.2 cuando una onda monocromática atraviesa una muestra gaseosa de átomos con una distribución de Maxwell-Boltzmann sólo aquellos átomos para los cuales el corrimiento Doppler está dentro del ancho de banda  $\gamma$  alrededor de la frecuencia de absorción central  $\omega_0$ , contribuyen a la absorción.

La sección eficaz de absorción de un átomo con componente de velocidad  $v_z$  en una transición  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  es [2]

$$\sigma_{12}(\omega, v_z) = \sigma_0 \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0 + kv_z)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (75)$$

donde  $\sigma_0 = \sigma(\omega = \omega_0 - kv_z)$  es la sección eficaz de absorción máxima en el centro de la línea de la transición.

Debido a la saturación, la densidad de población  $N_1(v_z)dv_z$  disminuye dentro del intervalo de velocidades  $dv_z = \gamma/k$ , y la densidad de población  $N_2(v_z)dv_z$  del nivel superior  $|2\rangle$  aumenta, como se ilustra en la Figura 28.



**Figura 28:** Saturación selectiva en una transición con ensanchamiento Doppler.

De las ecuaciones (65) y (70) se obtiene

$$N_1(\omega, v_z) = N_1^0(v_z) - \frac{\Delta N^0}{\gamma_1 \tau} \left[ \frac{S_0(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0 - kv_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} \right] \quad (76)$$

$$N_2(\omega, v_z) = N_2^0(v_z) + \frac{\Delta N^0}{\gamma_2 \tau} \left[ \frac{S_0(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0 - kv_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} \right] \quad (77)$$

donde  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$  corresponde al ancho de banda homogéneo de la transición.  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son los inversos de los tiempos de vida media y

$$\tau = \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} = \frac{\gamma}{\gamma_1 \gamma_2} \quad (78)$$

es llamado el tiempo de relajación longitudinal [2] y

$$T = \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} = \frac{1}{\gamma} \quad (79)$$

es el tiempo de relajación transversal. [2]

Observese que para  $\gamma_1 \neq \gamma_2$  la profundidad del pozo en  $N_1(v_z)$  y la altura del pico en  $N_2(v_z)$  son diferentes. Restando (77) de (76) se obtiene la diferencia de población saturada

$$\Delta N(\omega_s, v_z) = \Delta N^0(v_z) \left[ 1 - \frac{S_0(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0 - kv_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} \right] \quad (80)$$

El mínimo en la distribución de velocidad  $\Delta N(v_z)$  se encuentra cuando  $v_z = (\omega - \omega_0)/k$ , y es comunmente llamado Pozo de Benet, tiene un ancho homogéneo dado por (72) pues en este intervalo lo podemos tratar como un perfil de línea homogéneo, y tiene una profundidad en la parte central de:

$$\Delta N^0(v_z) - \Delta N(v_z) = \Delta N^0(v_z) \frac{S_0}{1 + S_0} \quad (81)$$

donde  $\omega = \omega_0 + kv_z$ .

Para  $S_0 = 1$  la profundidad del pozo es del 50% de la diferencia de población sin saturar. Los átomos con componentes de velocidad dentro del intervalo entre  $v_z$  y  $v_z + dv_z$  contribuye con

$$\frac{d\alpha(\omega, v_z)}{dv_z} dv_z = \Delta N(v_z) \sigma(\omega, v_z) dv_z \quad (82)$$

al coeficiente de absorción  $\alpha(\omega, v_z)$ . El coeficiente de absorción total causado por todos los átomos que están en el nivel de absorción es

$$\alpha(\omega) = \int \Delta N(v_z) \sigma_{12}(\omega, v_z) dv_z \quad (83)$$

Haciendo uso de (80), (75) y (51) en (83) se obtiene

$$\alpha(\omega) = \frac{\Delta N^0 \sigma_0}{v_p \sqrt{\pi}} \int \frac{e^{-(v_z/v_p)^2}}{(\omega - \omega_0 - kv_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} dv_z \quad (84)$$

con la velocidad más probable  $v_p = \sqrt{2k_B T/m}$  y la diferencia de población sin saturar  $\Delta N^0 = \int \Delta N^0(v_z) dv_z$ . A pesar de la saturación se obtiene nuevamente un perfil de Voigt similar al dado por la ecuación (58). La única diferencia radica en que ahora se tiene el ancho homogéneo  $\gamma_s$  en lugar del ancho de banda  $\gamma$ .

Dado que para  $S_0 < 1$  el ancho Doppler es generalmente grande comparado con el ancho homogéneo  $\gamma_s$ , el denominador en (84) a una frecuencia dada  $\omega$  no varía mucho dentro del intervalo  $\Delta v_z = \gamma_s/k$ , donde el integrando contribuye significativamente al coeficiente de absorción  $\alpha(\omega)$ , por lo cual el factor  $\exp[-(v_z/v_p)^2]$  se puede sacar de la integral. La integral que queda puede ser resuelta analíticamente, utilizando  $v_z = (\omega - \omega_0)/k$  y la ecuación (55) se obtiene para el coeficiente de absorción saturada

$$\alpha_s(\omega) = \frac{\alpha^0(\omega_0)}{\sqrt{1 + S_0}} \exp \left\{ - \left( \frac{\omega - \omega_0}{0,6\gamma_D} \right)^2 \right\} \quad (85)$$

con el coeficiente de absorción sin saturar

$$\alpha^0(\omega_0) = \Delta N_0 \frac{\sigma_0 \gamma c \sqrt{\pi}}{v_p \omega_0} \quad (86)$$

La ecuación (85) muestra que a pesar de que en cada frecuencia  $\omega$  la onda monocromática genera un pozo de Bennet en la distribución de velocidades  $N_1(v_z)$ , este pozo no puede ser detectado simplemente barriendo la frecuencia a lo largo del perfil de absorción. Lo anterior queda claro al observar que el coeficiente de absorción del perfil inhomogéneo

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha^0(\omega)}{\sqrt{1 + S_0}} \quad (87)$$

sigue mostrando un perfil de Voigt sin pozos.

En este punto aparece una diferencia notable entre el perfil de absorción homogéneo y el inhomogéneo. Observando las ecuaciones (73) y (87) se encuentra que el factor de atenuación del perfil homogéneo depende de la frecuencia  $(1 + S(\omega))^{-1}$ , mientras que en el perfil inhomogéneo dicho factor es independiente de la frecuencia  $(1 + S_0)^{-1/2}$

Para detectar los pozos de Bennet es necesario emplear espectroscopia de absorción saturada como se explica en la Sección 4.2

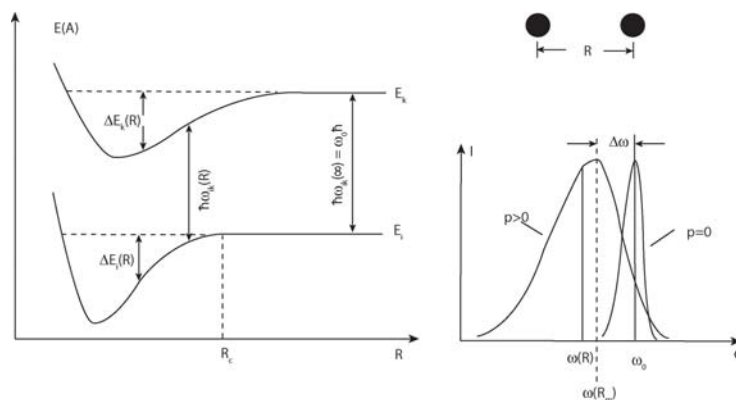
### 3.4. Ensanchamiento por colisiones.

Hasta aquí se han descrito los ensanchamientos más significativos para las espectroscopias de este trabajo. Existen otros factores que contribuyen al ensanchamiento de las líneas espectrales, pero para los fines de este trabajo pueden despreciarse. Para ejemplificar estos factores a continuación se describen de manera general el ensanchamiento provocado por las colisiones entre los átomos [22]. En este trabajo el ensanchamiento por colisiones puede despreciarse porque el número de colisiones depende directamente de la presión a la que se encuentre la muestra de átomos, la cual ha sido disminuida a valores cercanos a los 10 mTorr.

Se ha mostrado que un átomo aislado A tiene niveles de energía  $E_i$  y  $E_f$  bien definidos. Sin embargo, los átomos no se encuentran aislados y por lo tanto se encuentran sometidos a la interacción con átomos vecinos. Lo anterior modifica los niveles de energía del átomo A produciendo un ensanchamiento en las líneas espectrales.

En particular cuando el átomo A se aproxima a otro átomo B, los niveles de energía de A se corren debido a la interacción entre ambos átomos. Este corrimiento depende de la configuración electrónica de los átomos y de la distancia  $R(A,B)$  entre sus centros de masa.

Los corrimientos de energía  $\Delta E$  en general son diferentes para los niveles de energía  $E_i$  y  $E_f$ . El corrimiento es positivo si la interacción entre los átomos es repulsiva, y es negativa si la interacción es atractiva. Al graficar la energía  $E(R)$  de los diferentes niveles de energía como una función de la distancia interatómica R se obtienen las curvas de potencial de la Figura 29.



**Figura 29:** Corrimiento por ensanchamiento.

Se habla de una colisión cuando se cumple la condición  $R \leq R_C$ . Una colisión es térmicamente elástica cuando no existen procesos no radiativos que transfieran energía interna de las parejas en colisión. Sin mecanismos de estabilización adicional (recombinación) las parejas se separan nuevamente después del tiempo de colisión  $\tau \cong R_C/v$ , que depende de la velocidad relativa  $v$ .

Si el tiempo de colisión es mucho mayor que el tiempo de vida media del átomo  $A$ , cuando el átomo  $A$  absorbe o emite radiación entre los niveles  $E_i$  y  $E_f$  durante la colisión, la frecuencia de dicha radiación depende de la distancia  $R(t)$  al tiempo de la transición.

$$\omega_{ik} = \frac{|E_i(R) - E_k(R)|}{\hbar} \quad (88)$$

En una mezcla gaseosa de átomos  $A$  y  $B$ , la distancia mutua  $R(A, B)$  muestra fluctuaciones azarosas con una distribución alrededor del valor promedio  $R_m$  que depende de la presión y la temperatura. De acuerdo con (88), la fluorescencia produce una distribución de frecuencia alrededor del valor promedio  $\omega_{ik}(R_m)$ , el cual puede estar corrido respecto a la frecuencia  $\omega_0$  del átomo sin perturbar  $A$ .

## 4. Espectroscopias.

### 4.1. Espectroscopia de absorción.

La espectroscopia de absorción consiste en enviar un haz láser a través de una muestra de átomos, en este caso vapor de Rubidio, y detectar los cambios de intensidad que sufre dicho haz conforme se varía la frecuencia del mismo (Figura 30). Para detectar cambios considerables en la intensidad del haz es necesario que la frecuencia del haz pase por las frecuencias de absorción del elemento estudiado.



Figura 30: Esquema de la espectroscopia de absorción.

Este tipo de espectroscopia únicamente permite resolver las estructura fina de los átomos, pues el ensanchamiento Doppler abarca las transiciones hiperfinas. Usando la ecuación (55) con los valores de frecuencia y ancho Doppler correspondientes a cada isótopo, se calculó del espectro de absorción de una muestra de vapor de Rubidio a una temperatura de 290.15 K (Figura 31).

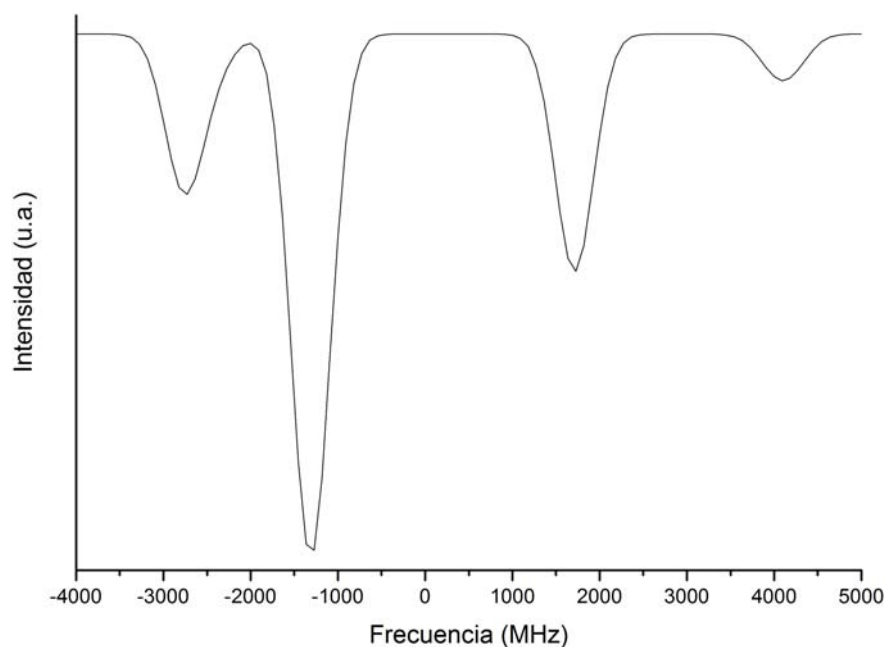


Figura 31: Espectro de absorción calculado incluyendo el ensanchamiento Doppler.

## 4.2. Espectroscopia de absorción saturada.

La idea básica de la espectroscopia de absorción saturada consiste en utilizar un haz láser intenso (de saturación) con vector de onda  $k_1$  para generar pozos de Bennet dentro del perfil de Voigt de una transición atómica y un haz láser débil (de prueba) con vector de onda  $k_2$  para detectar los pozos generados por el haz de saturación. El haz de prueba debe ser lo suficientemente débil para evitar saturación extra, pero lo suficientemente intenso para poder resolver los pozos Bennet [2].

El coeficiente de absorción del haz de prueba está dado por

$$\alpha_s(\omega) = \frac{\Delta N^0 \sigma_0}{v_p \sqrt{\pi}} \int \frac{e^{-(v_z/v_p)^2}}{(\omega_0 - \omega - k_2 v_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} \left[ 1 - \frac{S_0 (\gamma/2)^2}{(\omega_0 - \omega - k_1 v_z)^2 + (\gamma_s/2)^2} \right] dv_z \quad (89)$$

De manera análoga a la ecuación (84) la integral sobre la distribución de velocidades nos da

$$\alpha_s(\omega) = \alpha^0(\omega) \left[ 1 - \frac{S_0}{1 + S_0} \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega')^2 + (\Gamma_s/2)^2} \right] \quad (90)$$

Éste es un perfil Doppler sin saturar  $\alpha^0(\omega)$  en el que aparecen picos de saturación en las frecuencias de prueba

$$\omega = \omega' = \omega_0 - (\omega - \omega_0) k_1/k_2 \quad (91)$$

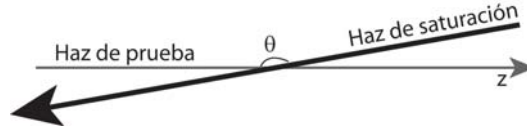
El ancho  $\Gamma_s = (\gamma + \gamma_s)/2$  del pico de absorción centrado en  $\omega'$  es un promedio debido a que ambos haces son sintonizados al mismo tiempo. La profundidad del pico está dada por

$$\Delta\alpha(\omega') = \alpha^0(\omega') - \alpha_s(\omega') = \alpha^0(\omega') \frac{S_0}{\sqrt{1 + S_0}(1 + \sqrt{1 + S_0})} \quad (92)$$

### 4.2.1. Ensanchamiento por desalineamiento de haces contrapropagantes.

En las espectroscopias que emplean dos haces aparece un nuevo ensanchamiento. El tratamiento general está dado por [20], pero aquí se muestra solamente el caso concerniente a las espectroscopias de absorción saturada y de polarización. En estas espectroscopias los dos haces provienen del mismo láser, un haz de saturación y uno de prueba. Los haces viajan en direcciones opuestas cuando atraviesan la muestra de átomos, formando un ángulo entre sí (Figura 32).

Los haces tienen la misma frecuencia  $\omega$  porque son producidos por el mismo láser. Se define al eje  $z$  en la dirección del haz de prueba. El corrimiento Doppler explicado



**Figura 32:** Haz de prueba y de saturación propagándose en direcciones contrarias.

en la Sección 3.2 provoca que en el sistema de referencia de los átomos de la muestra la frecuencia del haz de prueba adquiera el valor dado por la ecuación (47), la cual se puede reescribir como

$$\omega'_1 = \omega \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (93)$$

por su parte la frecuencia del haz de saturación adquiere el valor

$$\omega'_2 = \omega \left(1 - \frac{v_x \text{sen}\theta + v_z \text{cos}\theta}{c}\right) \quad (94)$$

En particular el grupo de átomos para los cuales ambas frecuencias  $\omega'_1$  y  $\omega'_2$  corresponden a transiciones atómicas cumplen

$$\begin{aligned} \omega'_1 &= \omega_{ab} \\ \omega'_2 &= \omega_{cd} \end{aligned}$$

donde  $\omega_{ab}$  y  $\omega_{cd}$  son las frecuencias de dos transiciones atómicas. Resolviendo este sistema de ecuaciones para la componente transversal de velocidad  $v_x$  se tiene

$$v_x = \frac{c}{\text{sen}\theta} \left[ \left(1 - \frac{\omega_{ab}}{\omega}\right) + \left(\frac{\omega_{cd}}{\omega} - 1\right) \text{cos}\theta \right] \quad (95)$$

Escribiendo las frecuencias en la forma  $\omega_i = \omega_0 + \delta_i$ , donde  $\omega_0$ , es la frecuencia de alguna transición atómica y  $\delta_i$  es una frecuencia relativa, la ecuación (95) queda

$$v_x = \frac{c}{(\omega_0 + \delta) \text{sen}\theta} [\delta(1 - \text{cos}\theta) - (\delta_{cd} - \delta_{ab} \text{cos}\theta)] \quad (96)$$

Considerando que  $\omega_0$  es mayor que cualquiera de las frecuencias relativas  $\delta_i$  se obtiene

$$v_x = \frac{c}{\omega_0 \text{sen}\theta} [\delta(1 - \text{cos}\theta) - (\delta_{cd} - \delta_{ab} \text{cos}\theta)] \quad (97)$$

Usando el mismo argumento empleado en la Sección 3.2, se tiene una distribución de velocidades Maxwelliana [5][6]. Por lo tanto se obtienen perfiles Gaussianos centrados en las frecuencias que cumplen la igualdad

$$\delta = \frac{(\delta_{cd} - \delta_{ab} \text{cos}\theta)}{(1 - \text{cos}\theta)} \quad (98)$$



Cuyo ancho de banda está dado por la expresión

$$\gamma_{DHC} = \frac{\omega_0 \text{sen}\theta}{c} \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{m}} = \text{sen}\theta \gamma_D \quad (99)$$

#### 4.2.2. Señales Cruzadas.

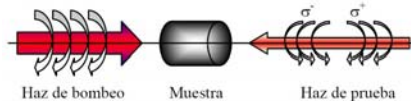
Cuando se sobreponen los anchos Doppler de dos transiciones atómicas que comparten un mismo nivel inferior o superior, en el espectro de absorción saturada aparecen nuevas transiciones conocidas normalmente como señales cruzadas (crossover).

Cuando las frecuencias centrales de dos transiciones  $\omega_1$  y  $\omega_2$  cumplen la desigualdad  $|\omega_1 - \omega_2| < \Delta\omega_D$ , entonces al sintonizar el láser en la frecuencia  $\omega_{prom} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$  los átomos cuya velocidad transversal se encuentra dentro del intervalo  $(v_z + dv_z) = \frac{1}{2k}(\omega_2 - \omega_1) \pm \gamma k$  son saturados al mismo tiempo por el haz de saturación en la transición con frecuencia central  $\omega_1$ , y por el haz de prueba en la transición con frecuencia central  $\omega_2$ . La señal que aparece en la frecuencia  $\omega_{prom}$  es entonces generada por una disminución  $-\Delta N_1$  en la densidad de población  $N_1$  cuando el nivel inferior es común a ambas transiciones, o bien por un incremento  $\Delta N_2$  en el nivel superior cuando éste es el nivel que comparten ambas transiciones. A continuación se presentan las posiciones de las señales cruzadas con respecto a la línea D2 de Rubidio.

Transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$							
$^{85}\text{Rb}$				$^{87}\text{Rb}$			
F	$F'_1$	$F'_2$	Frecuencia (MHz)	F	$F'_1$	$F'_2$	Frecuencia (MHz)
3	2	3	-1317.06425	2	1	2	-2714.6145
	2	4	-1256.69425		1	3	-2581.087
	3	4	-1225.00375		2	3	-2502.502
2	1	2	1672.31825	1	0	1	4005.32
	1	3	1704.00875		0	2	4083.905
	2	3	1718.66575		1	2	4120.0675

#### 4.3. Espectroscopia de polarización.

La espectroscopia de polarización consiste básicamente en dividir el haz de un láser unimodo sintonizable en dos, un haz de saturación circularmente polarizado de intensidad ( $I_1$ ) lo suficientemente grande para producir saturación y un haz de prueba linealmente polarizado con intensidad menor ( $I_2 < I_1$ ). Los haces se contrapropagan dentro una celda con el vapor de la muestra a estudiar (Figura 33).



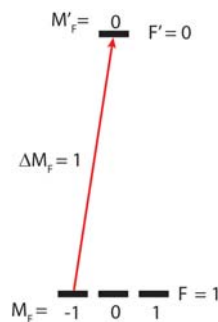
**Figura 33:** Esquema general de la espectroscopia de polarización. Haz de bombeo circularmente polarizado contrapropagándose a un haz de prueba linealmente polarizado que es una superposición de componentes con polarización circular.

Cuando la frecuencia  $\omega$  del láser es sintonizada a una transición atómica entre los niveles inferior  $|F\rangle$  y superior  $|F'\rangle$ , los átomos del nivel inferior absorben los haces despojando los subniveles degenerados  $|F, M_F\rangle$ . El nivel de despoblamiento depende de la intensidad del haz de bombeo  $I_1$ , de la sección eficaz de absorción  $\sigma(|F, M_F\rangle \rightarrow |F', M'_F\rangle)$ , y de posibles procesos de relajación que puedan repoblar los niveles  $|F, M_F\rangle$ .

De acuerdo con la ecuación (10) el haz de saturación sólo puede inducir transiciones donde  $\Delta M_F = \pm 1$  porque tiene polarización circular, el signo depende de si la polarización circular es derecha o izquierda. Por lo tanto el cambio en las poblaciones de los subniveles inferiores  $|F, M_F\rangle$  no es igual para todas las proyecciones  $M_F$  por lo que el medio se vuelve anisotrópico. Dado que la polarización lineal del haz de prueba es una superposición de dos componentes circulares, la anisotropía generada por el haz de saturación provoca que dichas componentes sean absorbidas de manera desigual.

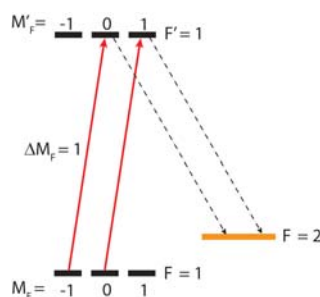
A continuación se describen los procesos que ocurren en las transiciones entre los niveles  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 0, 1, 2\rangle$  en la línea  $D2$  de  $^{87}\text{Rb}$  provocadas por un haz de saturación con polarización circular derecha.

En la transición  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 0\rangle$  (Figura 34) se observa que el haz de bombeo únicamente promueve a los átomos del subnivel  $M_F = -1$ , al subnivel superior  $M'_F = 0$ . Los átomos excitados pueden decaer a los subniveles inferiores siguiendo la igualdad (10). Si regresan al subnivel  $M_F = -1$  volverán a ser excitados, dando como efecto neto una disminución en la población de ese subnivel. En cambio si los átomos decaen a los subniveles  $M_F = 0, 1$  que no son afectados por el haz de saturación no existe un medio que los regrese al subnivel superior, y por lo tanto la población de estos subniveles tiende a aumentar. La disminución de la población de los subniveles  $M_F = -1$  provoca que la absorción de la componente con polarización circular derecha del haz de prueba sea menor que la absorción que sufriría en ausencia del haz de saturación. Como la componente del haz de prueba con polarización izquierda sólo puede inducir transiciones con  $\Delta M_F = -1$  entonces el aumento en la población de los niveles  $M_F = 0, 1$  produce un aumento en la absorción de esta componente con respecto a la absorción que ocurre cuando no está presente el haz de saturación. Se puede decir entonces que el haz de saturación provoca una migración de las poblaciones de los subniveles con menor proyección  $M_F$  hacia los subniveles con mayor proyección, y que esta migración es detectada por el haz de prueba.



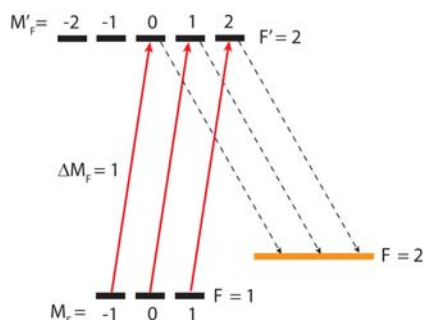
**Figura 34:** Transiciones producidas por un haz de saturación con polarización circular derecha entre los niveles  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 0\rangle$ .

En la transición  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$  (Figura 35) se tiene un caso similar al descrito en el párrafo anterior, pues existe una migración de los átomos hacia el subnivel con  $M_F$  más grande. Pero existen dos diferencias significativas con respecto a la primera transición descrita: el haz de saturación no puede promover átomos al subnivel superior  $M'_F = -1$ , y el hecho de que los átomos excitados pueden decaer al nivel  $|F = 2\rangle$ . Es en este punto donde las probabilidades de decaimiento juegan un papel importante en la distribución final de población de los niveles.



**Figura 35:** Transiciones producidas por un haz de saturación con polarización circular derecha entre los niveles  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$ .

Para la transición  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  (Figura 36) se observa que no existen subniveles inferiores libres de la acción directa del haz de saturación, por lo que si bien se da la migración hacia los niveles con mayor  $M_F$  la población final queda mayoritariamente distribuida entre los subniveles inferior  $M_F = 1$  y el subnivel superior  $M'_F = 2$ . Los valores que adquieren las poblaciones en cada uno de estos subniveles depende de la intensidad del haz de saturación y de la probabilidad que tengan los átomos del subnivel superior hacia el nivel  $|F = 2\rangle$ .



**Figura 36:** Transiciones producidas por un haz de saturación con polarización circular entre los niveles  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ .

Es posible generalizar la explicación de las transiciones descritas para el resto de las transiciones de  $^{87}\text{Rb}$  y para todas las transiciones de  $^{85}\text{Rb}$ . Para obtener todas las posibles transiciones de la línea D2 para  $^{87}\text{Rb}$  y  $^{85}\text{Rb}$  junto con las probabilidades de transición se recomienda consultar Metcalf [23].

La contrapropagación de los haces de saturación y prueba es el origen de una de las características más importantes de la espectroscopia de polarización: la eliminación del

ensanchamiento Doppler. solamente los átomos que interactúan al mismo tiempo con el haz de bombeo y con el haz de prueba muestran la orientación anisotrópica. Debido a la contrapropagación de los haces de bombeo y prueba sólo los átomos con velocidad axial cero intervienen en el proceso, lo cual elimina el ensanchamiento Doppler.

A continuación se deriva el perfil de la línea de absorción que se obtiene mediante la espectroscopia de polarización, para lo cual se seguirá un análisis similar al presentado por Demtröder [2] y el grupo de Durham [24], pero utilizando una notación matricial para la descripción del campo.

La dirección de propagación del haz de prueba define el eje z. El estado inicial, que está linealmente polarizado en un plano que hace un ángulo  $\varphi$  con respecto al eje x, puede escribirse como [7]

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (100)$$

Es conveniente reescribir el estado inicial en términos de una base de vectores circularmente polarizados [7],

$$\vec{E} = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} = E_0 \left\{ \frac{e^{-i\varphi}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \frac{e^{i\varphi}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right\} \quad (101)$$

Al propagarse a través de la celda e interactuar con la muestra, las dos componentes sufren diferentes índices de refracción  $n^+$  y  $n^-$  y diferentes coeficientes de absorción  $\alpha^+$  y  $\alpha^-$  debido a la saturación anisotrópica causada por el haz de bombeo con polarización circular  $\sigma^+$ .<sup>1</sup>

Las diferencias en los índices de refracción  $\Delta n = n^+ - n^-$  y en los coeficientes de absorción  $\Delta \alpha = \alpha^+ - \alpha^-$  inducen una diferencia de fase y una pequeña diferencia en amplitudes entre las componentes del haz de prueba dadas por

$$\Delta \phi = (k^+ - k^-)L = \left(\frac{\omega L}{c}\right)(n^+ - n^-)$$

$$\Delta E = \frac{E_0}{2} \left\{ e^{-(\frac{\alpha^+}{2})L} - e^{-(\frac{\alpha^-}{2})L} \right\}$$

donde

$k^+$ ,  $k^-$  son los números de onda correspondientes a cada componente  
L es la longitud de la celda

Después de la celda el campo eléctrico del haz de prueba es por lo tanto,

$$\vec{E}(z = L) = \frac{E_0}{2} e^{-i\left[\frac{\omega}{c}nL - \frac{i}{2}\alpha L\right]} \left\{ e^{-i\varphi} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} e^{i\Delta} + e^{i\varphi} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} e^{-i\Delta} \right\} \quad (102)$$

<sup>1</sup>Las ventanas de la celda de la muestra, también presentan una pequeña absorción y birrefringencia inducida por la diferencia entre la presión atmosférica de un lado de la celda y el vacío en el otro lado, sin embargo estos efectos pueden ser minimizados aplicando presión mecánica en los bordes de las caras de la celda en el momento de fabricarla. Un tratamiento más riguroso puede ser consultado en [24].

donde

$$n = \frac{1}{2}(n^+ + n^-)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha^+ + \alpha^-)$$

son la cantidades promediadas. Y el factor de fase  $\Delta$  está dado por

$$\Delta = \frac{\omega}{2c}(L\Delta n) - \frac{i}{2}\left(\frac{L\Delta\alpha}{2}\right)$$

Como se mencionó antes la diferencia en el índice de absorción  $\Delta\alpha$  es provocada por los átomos que simultáneamente interactúan con el haz de bombeo y el haz de prueba, y por lo tanto su velocidad axial se encuentra en el intervalo

$$\Delta v_z = 0 \pm \gamma_s/k$$

donde  $\gamma_s$  es el ancho de banda de la transición saturada por el haz de prueba.

De lo anterior se observa que el perfil de línea de  $\Delta\alpha(\omega)$  es análogo al que se obtiene en espectroscopia de absorción saturada, es decir un perfil Lorentziano

$$\Delta\alpha(\omega) = \frac{\Delta\alpha_0}{1 + x^2} \quad (103)$$

con

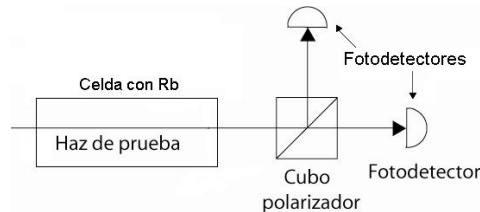
$x = \frac{\omega_0 - \omega}{\gamma_s/2}$  la desintonización respecto a la frecuencia central  $\omega_0$  escalada en unidades de la mitad del ancho de banda.

y  $\Delta\alpha_0 = \Delta\alpha(\omega_0)$  la diferencia máxima en absorción en la línea central.

El índice de refracción  $n(\omega)$  y el coeficiente de absorción  $\alpha(\omega)$  están relacionados por la relación de dispersión de Kramers-Kronig.

$$\Delta n(\omega) = \frac{c}{\omega_0} \frac{x}{1 + x^2} \Delta\alpha_0 \quad (104)$$

Después de atravesar la celda el haz de prueba se analiza usando un cubo polarizador para separar sus dos componentes perpendiculares, de tal manera que la amplitud de ambas componentes sea la misma cuando el láser está fuera de las frecuencias de excitación del Rubidio (Figura 37). Con este método se logra minimizar cualquier efecto producido por las caras de la celda y se logra observar el efecto neto que produce la espectroscopia de polarización en las amplitudes de las componentes del haz de prueba.



**Figura 37:** Sistema de detección usando un cubo polarizador.

Es conveniente definir los ejes  $x$ ,  $y$  en la misma dirección de los ejes del cubo polarizador debido a que el haz de prueba es descompuesto en sus componentes  $I_x$  y  $I_y$  por dicho cubo, y como  $\varphi$  al ángulo que forman el eje  $x$  y la dirección de polarización. Como se requiere que las amplitudes de las componentes sean iguales cuando el láser emite fuera de las frecuencias de excitación del Rubidio, la dirección de polarización inicial del haz de prueba no debe estar orientada con el eje  $x$  ( $\varphi \neq 0$ ). La señal de espectroscopia de polarización está dada por la diferencia en intensidad ( $I \propto |E|^2$ ) de las dos componentes:

$$I_{pol} = I_y - I_x$$

$$I_{pol} = I_0 e^{-\alpha L} \cos\left(2\varphi + \frac{\omega}{c} \Delta n L\right) \quad (105)$$

De la ecuación (105) se observa claramente que el ángulo de rotación inducido por la anisotropía es

$$\Phi = \frac{2\pi(n_+ - n_-)}{\lambda} L \quad (106)$$

Como la birrefringencia en la celda es muy pequeña, la rotación inducida es pequeña, por lo tanto la señal ( $I_{pol}$ ) de la ecuación se maximiza cuando  $\varphi = \pi/4$ . Haciendo uso de este hecho y de la expresión para  $\Delta n$  dada por la ecuación (104) se obtiene que la señal de polarización está dada por.

$$I_{pol} = -I_0 e^{-\alpha L} L \Delta \alpha_0 \frac{x}{1 + x^2} \quad (107)$$

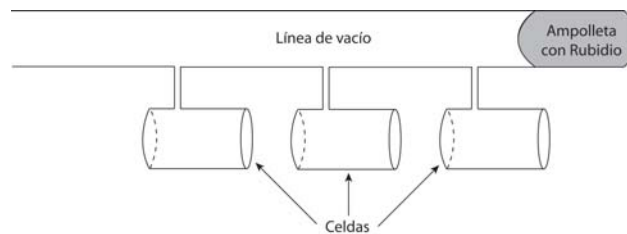
Es decir, se obtiene una señal de dispersión, que es el resultado del ancho de banda sub-Doppler. Esto es cierto para un amplio intervalo de ángulos, centrados alrededor de  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ , en donde se obtiene la amplitud máxima. Esta técnica produce una curva de dispersión sin fondo.

## 5. Construcción del dispositivo experimental.

En el presente capítulo se describe de manera detallada la construcción de cada uno de los componentes necesarios para llevar a cabo las espectroscopias mencionadas. En primer lugar se presenta la forma en que se construyen las celdas que contienen el vapor de Rubidio. Después se explica como armar el láser de diodo unimodo sintonizable, desde la construcción de la montura, el ensamblado hasta la caracterización del diodo. Se procede entonces a la construcción de los espectrómetros y su optimización. Finalmente se detalla el sistema de detección empleado.

### 5.1. Celdas con vapor de Rubidio.

Las celdas con vapor de Rubidio empleadas en este trabajo fueron construidas en el taller de soplado de vidrio del ICN. Primero se construyen las celdas usando ventanas de pirex de 50 mm de diámetro y 2 mm de espesor. Las bases de las celdas se conectan a una línea de vacío que en uno de sus extremos tiene conectada una ampollita con Rubidio (Figura 38).



**Figura 38:** Celdas conectadas a la línea de vacío.

Se disminuye la presión dentro de la línea a 10 mTorr. Se rompe la pared interna de la ampollita de Rubidio y se le funde usando una pistola de aire caliente convencional. Se coloca una gota de Rubidio líquido dentro de cada celda cuidando que no se oxide por calentamiento excesivo (aparezcan puntos blancos en el Rubidio). Se regresa el Rubidio restante a la ampollita para posteriormente sellarla y aislarla de la línea de vacío. Finalmente se sellan las bases de las celdas y se separan de la línea de vacío.



**Figura 39:** Celda con vapor de Rubidio construida con una presión interna de 10 mTorr.

Finalmente se aíslan magnéticamente las celdas usando un metal de alta permeabilidad, cuidando que las superficies planas de las celdas queden libres. Lo anterior tiene como finalidad evitar cualquier efecto inducido por campos magnéticos externos.

## 5.2. Láser.

Para desarrollar las espectroscopias descritas en el presente trabajo es necesario contar con un haz láser estable, colimado, con una potencia superior a 2 mW, con un ancho de banda pequeño (15 MHz) y cuya longitud de onda pueda ser seleccionada sistemáticamente dentro del intervalo de excitación del Rubidio (780.23 - 780.25 nm).

El diodo láser Hitachi HI7851G es una buena fuente de emisión porque radia en el intervalo de longitud de onda requerido, su potencia de salida es de 20 mW cuando se opera sin cavidad extendida, a una temperatura de  $15^{\circ}\text{C}$  y con una corriente aplicada de 95.0 mA; con lo cual se pueden realizar las espectroscopias y obtener un haz intenso para otras aplicaciones. Sin embargo, el haz de salida es divergente, tiene un ancho de banda de decimas de nanómetros, la longitud de onda depende fuertemente de la longitud de la cavidad del diodo, la cual varía fácilmente ante cambios térmicos y/o mecánicos, además de que no es posible seleccionar la longitud de onda emitida.

Para solucionar cada uno de los inconvenientes mencionados en este trabajo se emplea el diseño propuesto por el grupo del Centro de Óptica y Física Atómica de Sussex [3]. Este esquema (Figura 40) permite obtener una emisión láser altamente estable, con un ancho de banda por debajo de 1 MHz, cuya longitud de onda central puede ser barrida sin saltos de modos en un intervalo de 8 GHz.

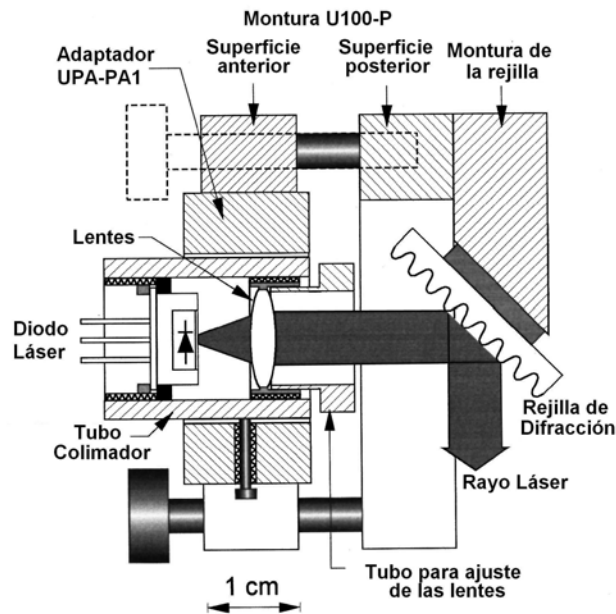


Figura 40: Esquema propuesto por el grupo de Sussex

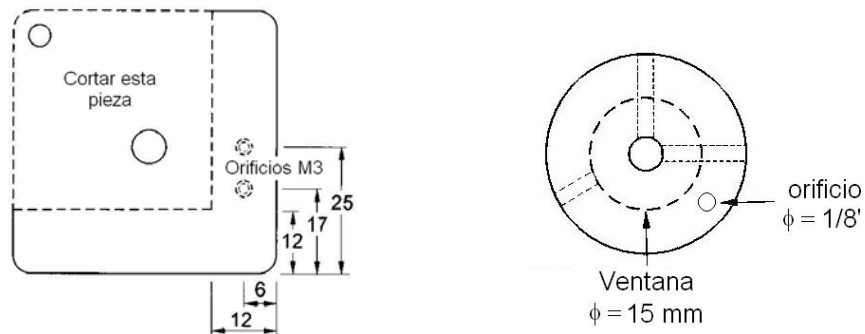
La temperatura y corriente de operación del diodo son controlados usando el módulo comercial LDC-3908 de ILX Lightwave.



### 5.2.1. Montaje del diodo.

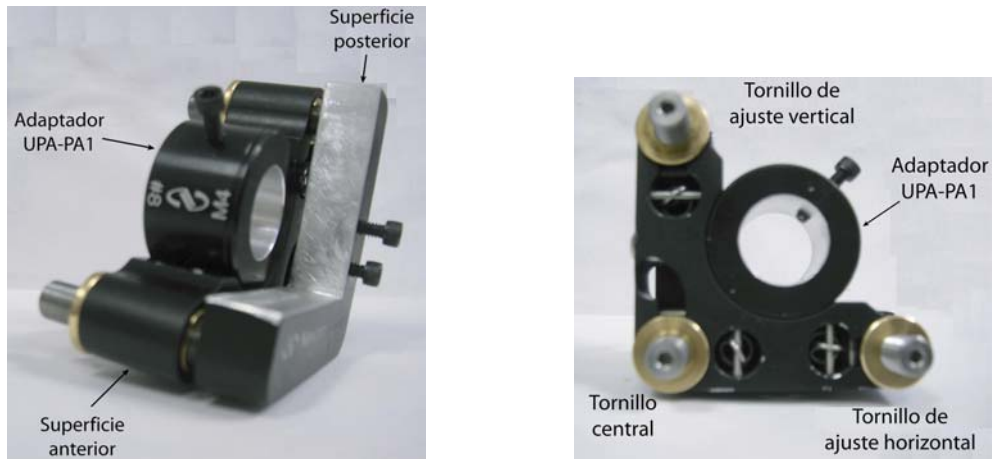
La montura presentada es básicamente una modificación de la montura comercial U100-P y del adaptador UPA-PA1 de Newport, con lo cual se logra una buena estabilidad mecánica y se simplifican los problemas de alineamiento que presentan otros diseños [25].

En la Figura 41 se muestran los cambios necesarios. A la superficie frontal de la montura U100-P se le retira una sección cuadrada (delimitada por las líneas punteadas) y se le perforan dos orificios (M3) con cuerda 4/40. Al adaptador UPA-PA1 se le abre una ventana circular central, se le agrega un prisionero y se le perfora un orificio de 1/8" de pulgada de diámetro en una de las caras circulares.



**Figura 41:** Modificaciones en a) la montura U100-P b) el adaptador UPA-PA1.

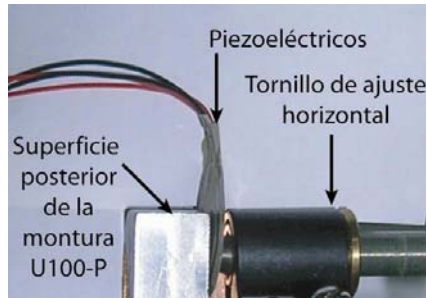
A continuación se unen las partes frontal y anterior de la montura U100-P y se le colocan los tres tornillos AJS100-0.5K-NL. Después se fija el adaptador UPA-PA1 en la parte anterior de la montura U100-P. (Figura 42)



**Figura 42:** Montura U100-P con el adaptador UPA-PA1.

Se unen las superficies metálicas de dos discos piezoeléctricos (PZT) y se cubren con cinta adhesiva, de tal manera que la cinta sirva al mismo tiempo para aislar los

piezoeléctricos y para mantenerlos unidos. Se colocan los piezoeléctricos entre el tornillo de ajuste horizontal y la superficie frontal de la montura U100-P como se muestra en la Figura 43.



**Figura 43:** Posición del piezoeléctrico en la montura U100-P.

Se monta un diodo láser Hitachi HI7851G en un tubo colimador (Thorlabs LT110P-B), con esto se logra que los ejes ópticos del diodo y de las lentes esféricas coincidan ( $f = 6.2$  y apertura numérica de 0.4), lo que facilita el proceso de colimación del haz de salida del diodo. Se conecta el diodo a un socket S8058.



**Figura 44:** Diodo láser Hitachi HI7851G colocado en el tubo colimador Thorlabs LT110P-B.

Se monta el tubo colimador dentro del orificio hecho al adaptador UPA-PA1 y se asegura con un prisionero. Finalmente se sueldan las terminales del socket S8058 y del piezoeléctrico a un conector DB9.

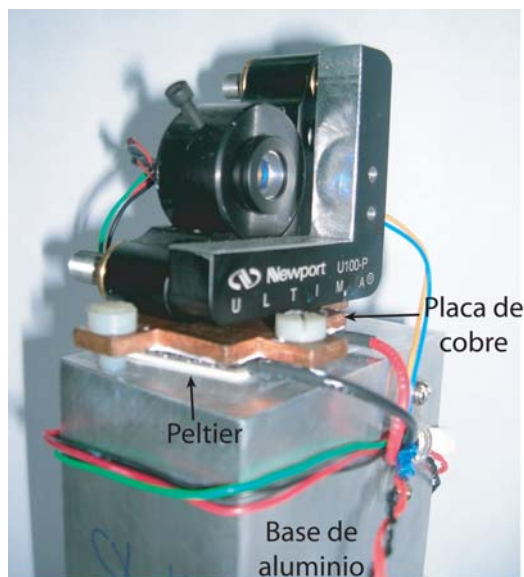
### 5.2.2. Control de temperatura.

A fin de evitar que las variaciones de temperatura modifiquen la longitud de la cavidad del diodo y por lo tanto hagan fluctuar la longitud de onda emitida, es necesario mantener constante la temperatura del láser. Para esto se emplean un termistor, un enfriador termoeléctrico Peltier [26] (TEC por sus siglas en inglés), una placa de cobre para garantizar un buen contacto térmico y una base de aluminio que además de dispersar el calor dará estabilidad mecánica al láser. Los esquemas de la placa de cobre y de la base de aluminio se presentan en el Apéndice A

La temperatura se monitorea directamente en el adaptador UPA-PA1 colocando el termistor dentro del orificio de 1/8" que se perforó en la cara circular. Para que exista un contacto térmico adecuado se llena el orificio con pasta térmica de silicón cuidando que el termistor quede completamente fijo dentro del orificio, si esto no ocurre el termistor

debe ser envuelto en una capa delgada de papel aluminio antes de introducirlo en el orificio. Se sueldan las terminales del termistor al conector DB9 donde se conectó el diodo láser.

Se fija la placa de cobre a la superficie inferior de la montura U100-P. Se unta pasta térmica a ambas superficies del TEC y se coloca sobre el bloque de aluminio con la superficie de enfriamiento hacia arriba. A continuación se colocan la placa de cobre y la montura U100-P sobre el TEC y se fijan al bloque de aluminio usando tres tornillos de nylon (Figura 45).



**Figura 45:** Armado de la base.

### 5.2.3. Caracterización en modo libre.

Antes de suministrar corriente al diodo láser es necesario limitar la corriente máxima que el módulo LDC-3908 le suministrará para evitar que se dañe. Para un diodo láser Hitachi HI7851G el fabricante especifica que una corriente máxima de 120 mA es adecuada.

Una vez montado el diodo láser y establecida la corriente máxima es necesario conocer la forma del haz que emite, pues esta información permitirá determinar si el diodo se encuentra en buenas condiciones o es necesario cambiarlo. Para ello se recomienda establecer como condiciones de operación 15 °C de temperatura y 60 mA de corriente. Bajo estas condiciones el diodo debe emitir un haz que se puede detectar fácilmente en una tarjeta de detección infrarroja o con la ayuda de un visor infrarrojo.

Un diodo en buenas condiciones emite un haz de sección transversal elíptica. Si se observan franjas de difracción en el haz entonces deben limpiarse las superficies del tubo colimador y del diodo. Si la sección transversal está dividida en dos o más secciones el diodo debe ser sustituido.

A fin de mejorar el desempeño del láser se procede a colimar el haz de salida. Para ello se proyecta el haz sobre una pantalla colocada a varios metros de distancia de la salida del diodo (entre mayor sea la distancia, la colimación será más eficiente). Con ayuda de una llave SPW301 de Thorlabs se ajusta la lente frontal del tubo colimador hasta lograr que en la pantalla el haz tenga las mismas dimensiones que tiene al salir del diodo (aproximadamente 5 mm y 2 mm en los ejes principales de la elipse) cuidando que el haz no se enfoque en ningún punto entre la salida del diodo y la pantalla. Finalmente se rota el tubo colimador hasta lograr que el eje mayor de la sección transversal del láser quede horizontal, lo cual facilitará el trabajo cuando se monte la configuración Littrow.

Es importante conocer el espectro de emisión del diodo para determinar si el diodo utilizado emite en la región de excitación del rubidio o si es necesario sustituirlo, para ello se utilizó un espectrómetro Spectra-Pro Acton SP2150i (rejilla doble, cobertura de 40 nm/mm, resolución máxima de 0.125 nm). El diodo empleado en este trabajo tiene una emisión centrada en 780 nm.

A continuación se miden la potencia de salida del diodo y su corriente umbral. Utilizando un medidor de potencia FM-GS de Coherent se mide la variación de potencia de emisión cuando la corriente se varía entre los 20 mA y los 120 mA. La corriente umbral del diodo láser Hitachi H17851G usado en este trabajo es de 40.16 mA.

#### 5.2.4. Cavity extendida.

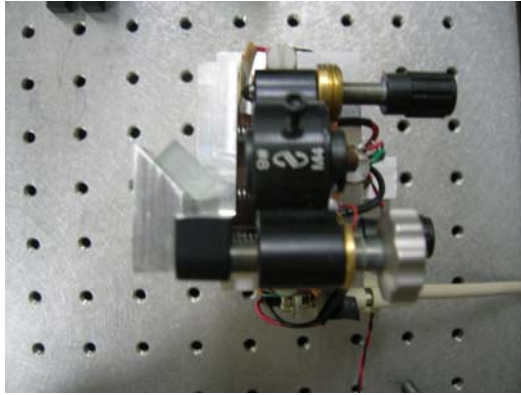
Se coloca la rejilla de difracción en una montura adicional de aluminio construida en el taller del ICN (Figura 46). Las dimensiones de esta montura se especifican en el Apéndice A.



**Figura 46:** Montura para la rejilla de difracción holográfica.

Sobre la superficie diagonal de la montura se pega una rejilla holográfica de difracción de 1800 líneas de 15 X 15 X 3 mm (Edmund NT43-222) procurando que las líneas de la rejilla queden paralelas al lado de 25 mm de la montura. Se fija la montura de la rejilla en la cara frontal de la montura U100-P con la rejilla frente a la salida del láser logrando así una configuración Littrow (Figura 47).

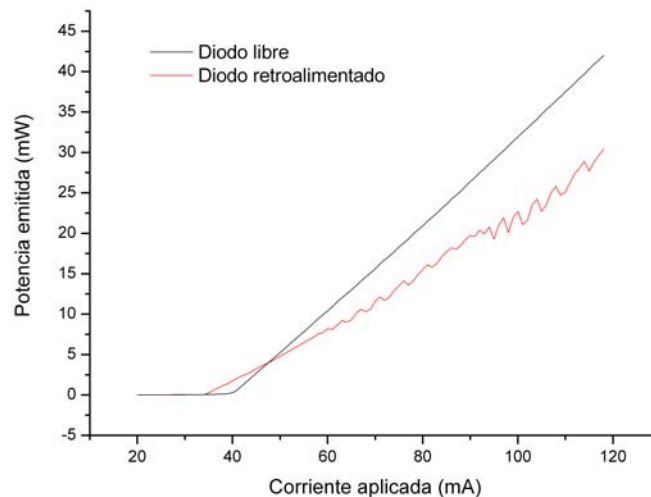
Para retroalimentar el láser la corriente de operación se establece ligeramente por debajo del umbral del diodo, en esta condición el diodo es más sensible a la retroalimentación porque no puede lasear por sí solo. Ajustando los tornillos AJS100-0.5K-NL para dirigir la reflexión Littrow de la rejilla hacia el centro de la lente colimadora se podrá observar un segundo haz cerca del haz principal de orden cero. Este haz es menos



**Figura 47:** Vista superior de la montura del láser con la rejilla de difracción.

intenso porque regresa a la cavidad del diodo antes de salir de la cavidad extendida. Cuando se hace coincidir ambos haces se observa un incremento considerable en la potencia de salida. Es importante mencionar aquí que la posición de los tornillos central y de ajuste vertical es crítica para la retroalimentación, mientras que el tornillo de ajuste horizontal permite una movilidad mayor, lo que permite seleccionar la longitud de onda de salida sin perder las condiciones de retroalimentación.

Se procede a caracterizar el dispositivo midiendo nuevamente la potencia de salida en función de la corriente suministrada al diodo. Con esta información se determina el nuevo umbral y el cambio en la potencia de salida (Figura 48). La corriente umbral del diodo láser Hitachi H17851G retroalimentado usado en este trabajo es de 34.24 mA.



**Figura 48:** Diagrama de potencia emitida ( $P$ ) vs corriente aplicada ( $I$ ) en el diodo láser Hitachi HI7851G en modo libre y con cavidad extendida.

### 5.2.5. Aislamiento.

Es importante aislar físicamente el diodo láser, pues las variaciones de temperatura externas pueden modificar su funcionamiento, en particular la longitud de la cavidad interna. Para ello se debe construir una caja de mica que pueda contener todo el láser. Esta caja debe ser fácilmente desarmable para permitir un rápido acceso al láser. También debe contar con tres orificios que permitan mover cómodamente los tornillos AJS100-0.5K-NL desde el exterior y un orificio más por donde salga el haz láser.

Igualmente importante es aislar ópticamente el diodo láser. Pues las reflexiones podrían sacar de resonancia al diodo y producir variaciones en la frecuencia de emisión. Para este fin se utiliza un espejo y un aislante óptico o rotador de Faraday I-80-TS-L de Isowave como se muestra en la Figura 49. Debe cuidarse que la polarización de haz del láser coincida con el eje de entrada del aislante.

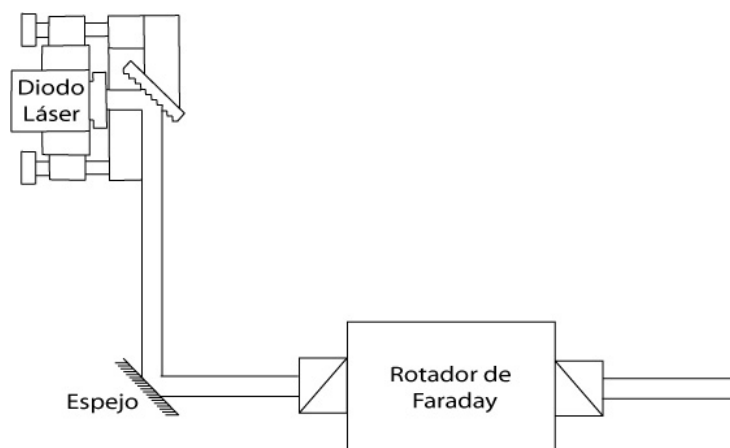


Figura 49: Aislamiento óptico.

### 5.3. Espectrómetros.

Antes de armar los espectrómetros se buscan las condiciones de operación del láser en las que es posible observar fluorescencia y por lo tanto es posible excitar los átomos de Rubidio. Fijando la temperatura en  $15.0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se barre la corriente inyectada al diodo mientras con la ayuda del visor infrarrojo se observa si el haz láser produce fluorescencia en una celda de rubidio colocada a la salida del aislante óptico. Normalmente es posible encontrar diferentes valores de corriente para los cuales se induce fluorescencia, los valores óptimos son aquellos entre los  $90.0$  y los  $105.0\text{ mA}$ , pues en este intervalo es posible obtener un haz con potencia adecuada (entre  $15$  y  $20\text{ mW}$ ) y la frecuencia puede ser barrida en una amplia región sin saltos de modo. En caso de que no se observe fluorescencia se repite el proceso variando la temperatura en pasos de  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , primero disminuyéndola y en caso de ser necesario aumentándola por encima de los  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . No se recomienda trabajar con temperaturas muy alejadas a los  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  porque el láser se vuelve inestable.

Las condiciones de operación óptimas son aquellas en las que la corriente se en-

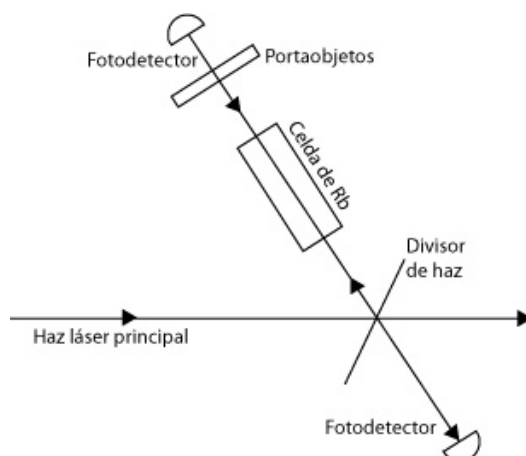
cuentre dentro del intervalo mencionado anteriormente, la fluorescencia es intensa y en valores cercanos de corriente (1 mA) sea posible observar fluorescencia con menor intensidad.

Una vez determinadas las condiciones de operación se mueve el tornillo AJS100-0.5K-NL de control horizontal, se observa que existe una región en la que es posible pasar por múltiples frecuencias de excitación. Se coloca el tornillo en el centro de dicha región.

Se procede a montar los espectrómetros de absorción y de absorción saturada, pues estos proporcionan señales de referencia. Estas señales permiten conocer las transiciones que se está excitando o en su caso los ajustes que deben realizarse en el láser para que emita en la frecuencia adecuada.

### 5.3.1. Espectrómetros de absorción y de absorción saturada.

Los espectrómetros de absorción y absorción saturada se pueden montar simultáneamente como se muestra en la Figura 50. Una potencia de 1.4 mW en el haz reflejado por el divisor es suficiente. Debe cuidarse que el haz reflejado por el portaobjetos regrese en la misma dirección del haz incidente.

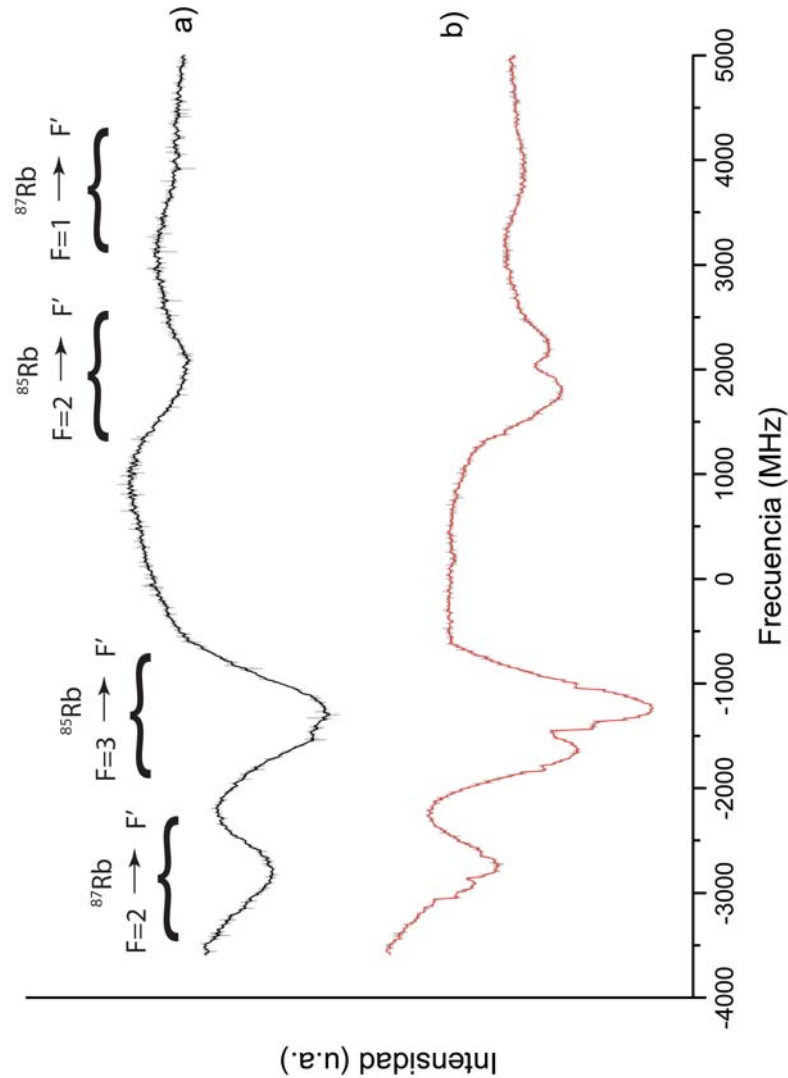


**Figura 50:** Espectrómetros de absorción y de absorción saturada.

Una vez montado los espectrómetros se optimiza el intervalo de frecuencias que la rejilla de difracción puede barrer sin saltos de modo, para ello se modulará el voltaje del piezoeléctrico aplicando una señal triangular con una frecuencia de 5 Hz. Para este fin se pueden utilizar un amplificador de voltaje Burleigh modelo PZ150M modulado externamente por un generador de funciones 3310 de Hewlett Packard.

Se aumentan la ganancia y el offset del amplificador Burleigh a fin de observar en los osciloscopios los perfiles de absorción del Rubidio en las distintas transiciones sin saltos de modo (saltos abruptos en la señal). Al principio una señal con una amplitud de 10 V es adecuada, el aumento o disminución en la amplitud dependerán de la continuidad en el barrido de las frecuencias. Una señal óptima es aquella en la que se observan los

4 perfiles de absorción de Rubidio como se muestra en la Figura 51. Como se puede observar la señal de  $F=1 \rightarrow F'=0,1,2$  en  $^{87}\text{Rb}$  es muy débil.



**Figura 51:** Espectros de a) absorción y b) absorción saturada empleados como referencia.

Si lo anterior no se obtiene se recomienda modificar la corriente 1 mA alrededor del valor establecido en pasos de 0.2 mA y observar los espectros, fijando la corriente en aquel valor donde se observe una mejora en los espectros. Posteriormente se mueve la temperatura 0.3 °C alrededor del punto de operación en pasos de 0.1 °C y se deja fija en aquel valor en el que los espectros mejoren .



Si a pesar de lo anterior la señal no presenta las condiciones buscadas se debe mover ligeramente el tornillo AJS100-0.5K-NL de ajuste horizontal dentro de la región de fluorescencia. Este último paso sólo debe efectuarse cuando no es posible mejorar los espectros con modificaciones a las condiciones de operación del diodo, pues es sumamente difícil regresar el tornillo a la posición inicial. Se observa que conforme se mueve hacia uno de los extremos de la región de fluorescencia los saltos de modo aumentan rápidamente lo cual sirve de referencia para saber en que dirección mover el tornillo.

Una vez que la posición del tornillo garantice un espectro estable nuevamente se barre la corriente como se describió en el párrafo anterior, con el fin de optimizar el espectro. La temperatura sólo se mueve en caso de que el espectro aún sea muy deficiente.

### 5.3.2. Espectrómetro de polarización.

El espectrómetro de polarización se construye como se muestra en la Figura 52. Una potencia de  $500 \mu\text{A}$  es suficiente.

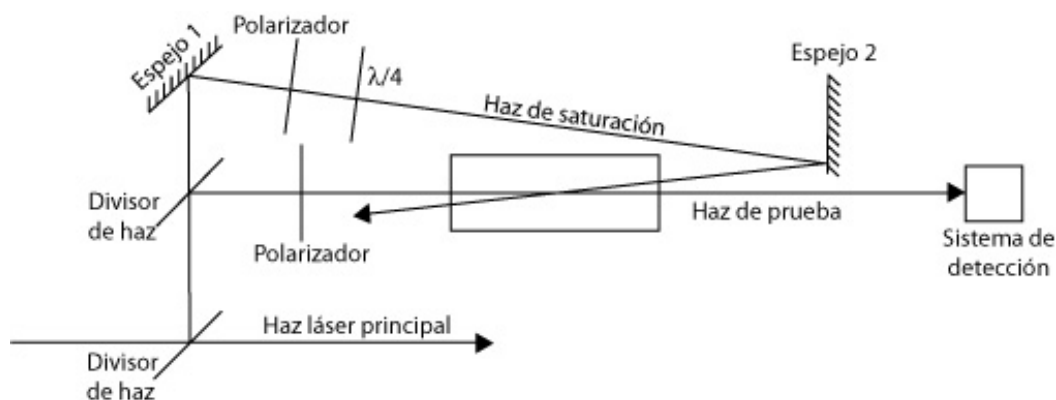


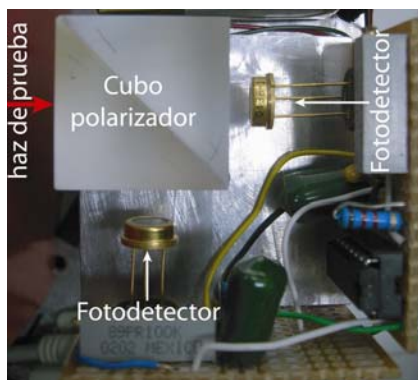
Figura 52: Espectrómetro de polarización.

En este último espectrómetro es necesario revisar cuidadosamente los siguientes detalles. La potencia del haz de saturación debe ser al menos 8 veces mayor a la del haz de prueba [24]. El polarizador y la placa retardadora  $\lambda/4$  del haz de saturación deben ajustarse hasta obtener una polarización circular mayor al 90%. El haz de saturación debe reflejarse cerca de la orilla del espejo de retroreflección (Espejo 2) y el haz de prueba debe pasar de manera rasante a dicha orilla, como se muestra en la Figura 52, con lo anterior se logra que el ángulo formado por los haces sea cercano a los  $180^\circ$ , lo cual minimiza el ensanchamiento por desalineamiento de haces contrapropagantes y permite que la región de traslape entre los haces sea lo más grande posible.

### 5.4. Detección.

El sistema de detección propuesto por el grupo de la Universidad de Durham [24] permite obtener al mismo tiempo un espectro de polarización y un espectro de absorción

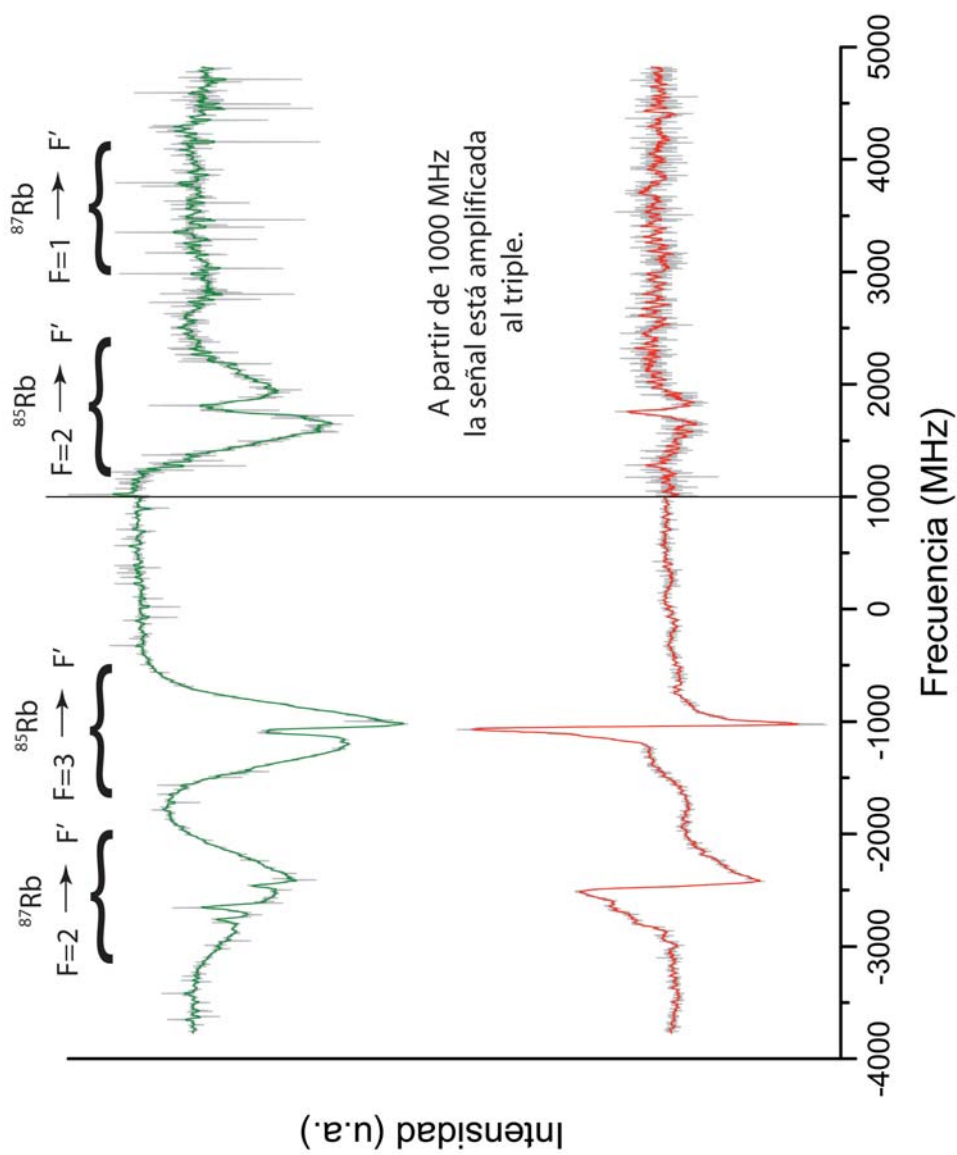
saturada utilizando el haz de prueba del espectrómetro de polarización. El sistema consta de una placa retardadora  $\lambda/2$ , un cubo polarizador, dos fotodetectores y un circuito comparador que se detalla en el Apéndice C.2.



**Figura 53:** Sistema de detección usando un cubo polarizador.

Con el haz de saturación bloqueado, se ajusta la placa retardadora  $\lambda/2$  hasta lograr que el eje de polarización del haz de prueba se encuentre a  $45^\circ$  de la horizontal. Cuando se da esta situación los dos haces que emergen del cubo polarizador deben presentar la misma intensidad, en caso contrario debe procederse a mejorar la posición de la placa retardadora  $\lambda/2$ . Hecho lo anterior se debe ajustar la ganancia de los circuitos de amplificación de los fotodetectores, a fin de que la intensidad de la señal proporcionada por ambos sea la misma.

Se desbloquea el haz de saturación y se modula la frecuencia del láser. Las señales de los fotodetectores muestran los efectos de la anisotropía creada en la celda de Rubidio, la resta de éstas genera el espectro de polarización y su suma proporciona el espectro de absorción saturada como se muestra en la Figura 54.



**Figura 54:** Espectros de absorción saturada y polarización de Rubidio

## 6. Resultados.

En este capítulo se da a conocer el valor del ancho Doppler observado en el espectro de absorción. Se hace una comparación entre el espectro de absorción saturada obtenido con el espectrómetro de absorción saturada y el obtenido a partir de la suma de las señales de las componentes del haz de prueba del espectrómetro de polarización. Después se determina el ancho de banda del láser de diodo unimodo sintonizable construido. Finalmente, se presentan y analizan los espectros de polarización obtenidos para la línea D2 de  $^{85}\text{Rb}$  y  $^{87}\text{Rb}$ .

### 6.1. Espectro de absorción.

Retomando el espectro de absorción se encuentra que la señal de absorción para el grupo de transiciones  $F = 1 \rightarrow F' = 0, 1, 2$  de  $^{87}\text{Rb}$  es muy débil. Además de que es posible observar indicios de pozos Benet en el grupo de transiciones  $F = 2 \rightarrow F' = 1, 2, 3$  de  $^{85}\text{Rb}$ . Este espectro tiene además la desventaja de que es difícil establecer el fondo sobre el cual se forman los perfiles de Voigt.

Es posible obtener un espectro de absorción más nítido bloqueando el haz de saturación del espectrómetro de polarización (Figura 55). En este espectro además de eliminar cualquier pozo Benet es más fácil identificar los perfiles de Voigt. Y por lo tanto medir mejor los anchos de banda de cada grupo de transiciones, para lo cual se ajusta un perfil Gaussiano y se obtiene el ancho correspondiente.

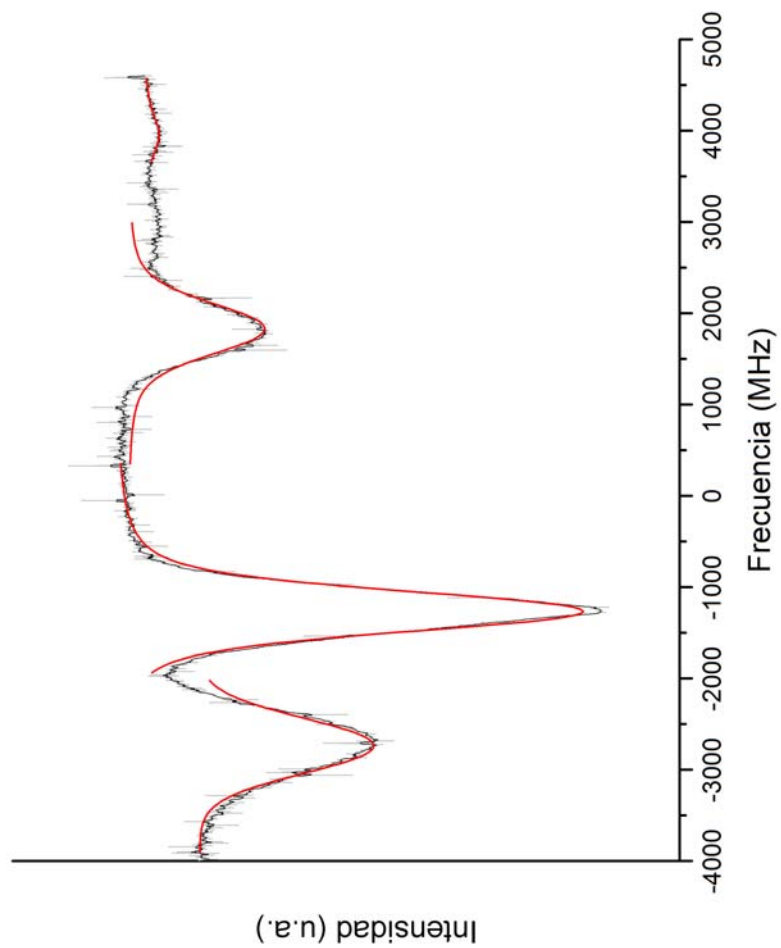
A fin de tener un parámetro de comparación se obtuvieron los anchos de banda de los diferentes grupos de transiciones usando el espectro teórico presentado en la Figura 31.

En la siguiente tabla se presentan los anchos de banda calculados a partir del espectro teórico presentado en la Figura 31 y los anchos de banda medidos en el espectro de absorción presentado en la Figura 55.

Isótopo	Grupo de transiciones		Anchos de banda (MHz)	
	F	F'	Teórica	Experimental
$^{85}\text{Rb}$	2	1,2,3	595.5	$564.7 \pm 50$
	3	2,3,4	686.9	$640.4 \pm 30$
$^{87}\text{Rb}$	1	0,1,2	932.9	$818.6 \pm 100$
	2	1,2,3	738.2	$712.7 \pm 70$

En los valores encontrados se observa que los valores experimentales están centrados en frecuencias menores a los valores teóricos. Esto se debe principalmente a que para establecer los valores teóricos se usaron perfiles Gaussianos centrados en cada transición, mientras que en el espectro experimental se empleó un solo perfil. Lo anterior se refleja directamente en el hecho de que los valores teóricos o bien quedan en los extremos de las incertidumbres asociadas, o en definitiva no son incluidos, aun cuando las incertidumbres son grandes (hasta del 12%). A pesar de todo se tiene un buen parámetro,

pues permite tener una idea clara del efecto que tiene el ensanchamiento Doppler en el espectro de absorción.

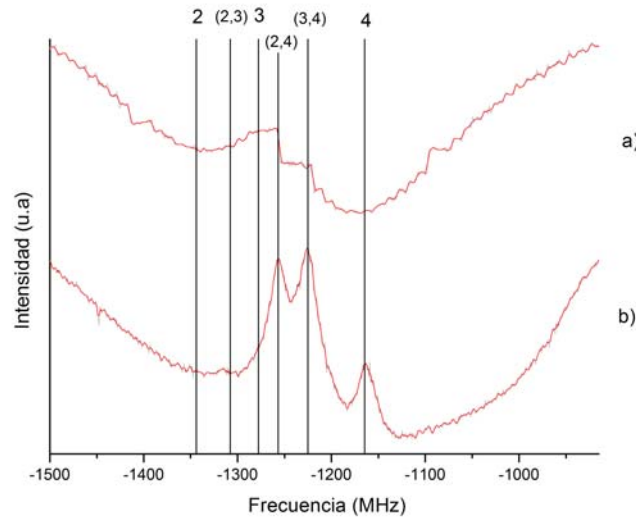


**Figura 55:** Espectro de absorción obtenido con el espectrómetro de polarización. en el se muestran los ajuste realizados para determinar los anchos de banda de los diferentes grupos de transiciones.

## 6.2. Espectro de absorción saturada.

A continuación se procede a comparar el espectro obtenido con el espectrómetro de absorción saturada y el obtenido a partir de la suma de las componentes del espectrómetro de polarización.

En la Figura 56 se puede apreciar claramente cómo la suma de las componentes del espectrómetro de polarización permite una mayor resolución, pues es posible observar los pozos Benet que corresponden a las señales cruzadas y a la transición más intensa. El espectrómetro de absorción saturada no permite diferenciar claramente estos pozos.



**Figura 56:** Espectro de absorción saturada obtenido con a)espectrómetro de absorción saturada, b) suma de las componentes de polarización.

La resolución de los pozos Benet es importante para determinar el ancho de banda del láser con cavidad extendida. Esta información permite conocer el desempeño y los alcances del láser. El ancho de banda de los pozos Benet principalmente está formado por el ancho de banda natural de las transiciones, el ensanchamiento por desalineamiento de haces contrapropagantes y el ancho de banda del láser. A partir de la suma de las componentes del espectrómetro de polarización se obtiene el ancho de banda del láser.

Como se mencionó en la Sección 3.1.3 el ancho natural para el Rubidio es de 6 MHz. Por su parte el espectrómetro de polarización presenta un desalineamiento en los haces con un valor de  $(0,0165 \pm 0,0015)$ rad, que al introducirlo en la ecuación (99) arroja un valor de  $(8 \pm 1)$  MHz. Sumando los cuadrados de los valores mencionados se obtiene que la contribución conjunta del ancho de banda natural y del ensanchamiento por desalineamiento es de  $(10 \pm 1)$  MHz.

La medición del ancho de banda de los pozos Benet proporciona un valor de  $(20 \pm 5)$  MHz. Por lo que al realizar la diferencia cuadrática se obtiene un valor de  $(17 \pm 5)$  MHz. Este valor contiene las contribuciones del ancho de banda del láser y las contribuciones por presión, deformación en las ventanas y colisiones.

### 6.3. Espectro de polarización.

En esta sección se presentan y analizan los espectros de polarización de cada uno de los diferentes grupos de transiciones de la línea D2. Se analizan las diferencias que existen entre cada una de las componentes del haz de prueba.

En las gráficas presentadas se incluyen (de abajo hacia arriba) el espectro de absorción de cada una de las componentes del haz de prueba, la resta de estas componentes (espectro de polarización) y la suma de las mismas (espectro de absorción saturada). La nomenclatura empleada en cada espectro es la siguiente: las etiquetas con números enteros designan el nivel hiperfino  $F'$  superior involucrado en la transición, las etiquetas en las que aparecen números entre parentesis ( $F'_1, F'_2$ ) indican los niveles superiores que dan lugar a la señal cruzada.

En todas las gráficas presentadas la intensidad se expresa en unidades arbitrarias (u.a.). Esto se debe a que para optimizar los espectros se emplearon diferentes valores de la corriente aplicada al diodo, por lo que no es adecuado comparar los diferentes espectros entre sí, mas que de manera cualitativa. En las primeras dos gráficas se empleó una corriente de 97.5 mA, y para las dos últimas la corriente empleada fue de 95.0 mA. Además los intervalos de intensidad de cada gráfica fueron ajustados para permitir una mejor visualización.

De las gráficas el primer detalle que salta a la vista es que la relación señal a ruido de las transiciones  $F = 2 \rightarrow F'$ , de  $^{87}\text{Rb}$  y  $F = 3 \rightarrow F'$ , de  $^{85}\text{Rb}$  es menor respecto a la que presentan las transiciones  $F = 2 \rightarrow F'$ , de  $^{85}\text{Rb}$  y  $F = 1 \rightarrow F'$ , de  $^{87}\text{Rb}$ . Lo anterior era de esperarse porque, como se aprecia en el espectro que abarca todas las transiciones (Figura 54) los últimos dos grupos de transiciones son mucho menos intensos que los primeros.

Por su parte, las componentes de polarización de cada gráfica tienen la misma referencia en intensidad y están graficadas dentro del mismo rango. En los espectros presentados se observa que alrededor de las transiciones  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ ,  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  de  $^{85}\text{Rb}$  y  $F = 1 \rightarrow F' = 0$ ,  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  de  $^{87}\text{Rb}$  la componente de polarización graficada en la parte inferior sufre una absorción menor que la otra componente. Esto comprueba que una de las dos componentes es absorbida en mayor medida como producto de la anisotropía generada por el haz de saturación.

Como se predijo, los espectros de polarización son efectivamente señales de dispersión que presentan una región lineal. Si bien en cada gráfica solamente una o dos de las señales de dispersión es lo suficientemente intensa para apreciarla fácilmente. Un acercamiento más detallado permite identificar las de menor intensidad. De manera general se puede apreciar que todas las señales producidas por transiciones verdaderas muestran la misma pendiente, mientras que aquellas generadas por señales cruzadas tienen una pendiente opuesta a las primeras.

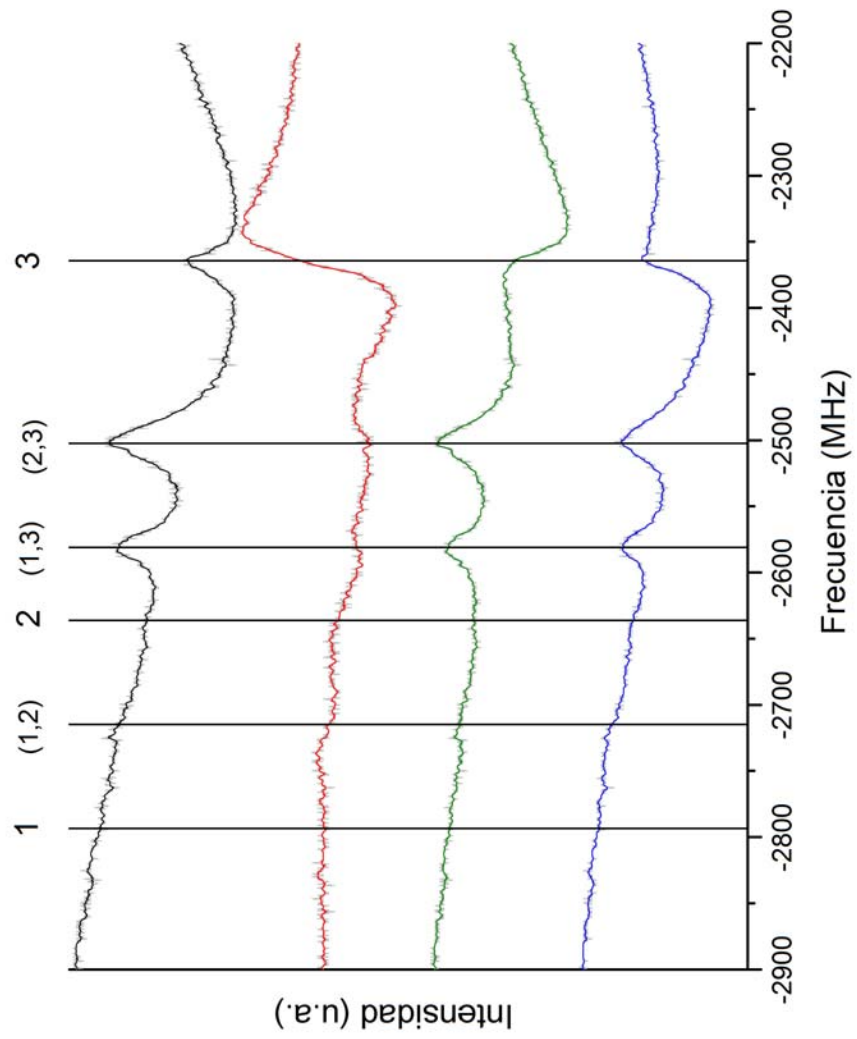
Cada grupo de transiciones presenta características particulares. El espectro correspondiente a las transiciones  $F = 2 \rightarrow F'$  de  $^{87}\text{Rb}$  presenta señales de dispersión bien diferenciadas entre sí, que muestran de manera clara que las pendientes de las transiciones verdaderas son opuestas a las de las señales cruzadas.

---

Por su parte el grupo de transiciones  $F = 3 \rightarrow F'$  de  $^{85}\text{Rb}$  tiene señales de dispersión bien localizadas pero más juntas entre sí, lo cual es natural dado que la diferencia en frecuencia entre las transiciones más alejadas ( $F' = 2$  y  $F' = 4$ ) es de 184.121 MHz.

En el grupo de transiciones  $F = 2 \rightarrow F'$  de  $^{85}\text{Rb}$  las señales están tan juntas que se traslapan entre sí. Lo anterior se debe a que la diferencia en frecuencia de las transiciones con  $F' = 1$  y  $F' = 3$  es de apenas 92.695 MHz. Pareciera que este mismo comportamiento ocurre en el grupo de transiciones  $F = 1 \rightarrow F'$  de  $^{87}\text{Rb}$ , sin embargo este efecto se debe en mayor medida a que la señal es muy pequeña, lo cual hace más difícil establecer la misma referencia en intensidad para ambas componentes de polarización.





**Figura 57:** Rubidio 87  $F=2 \rightarrow F'=1,2,3$

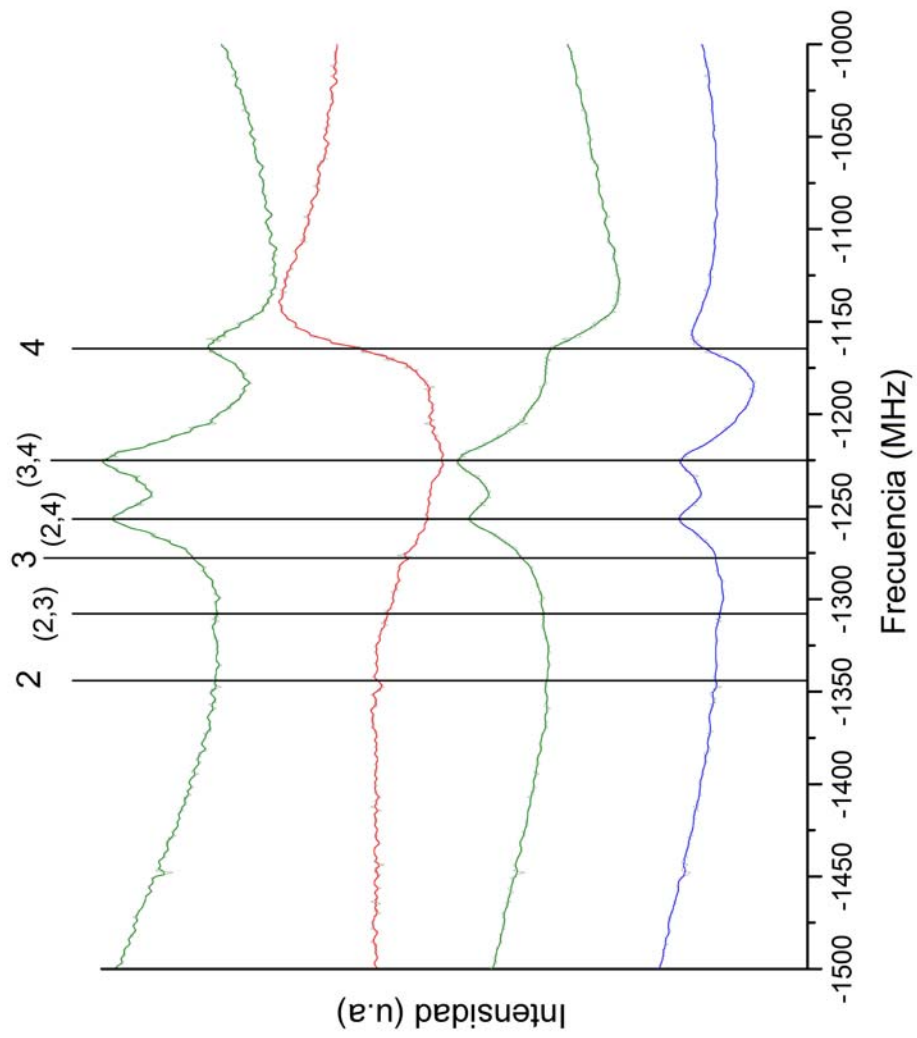
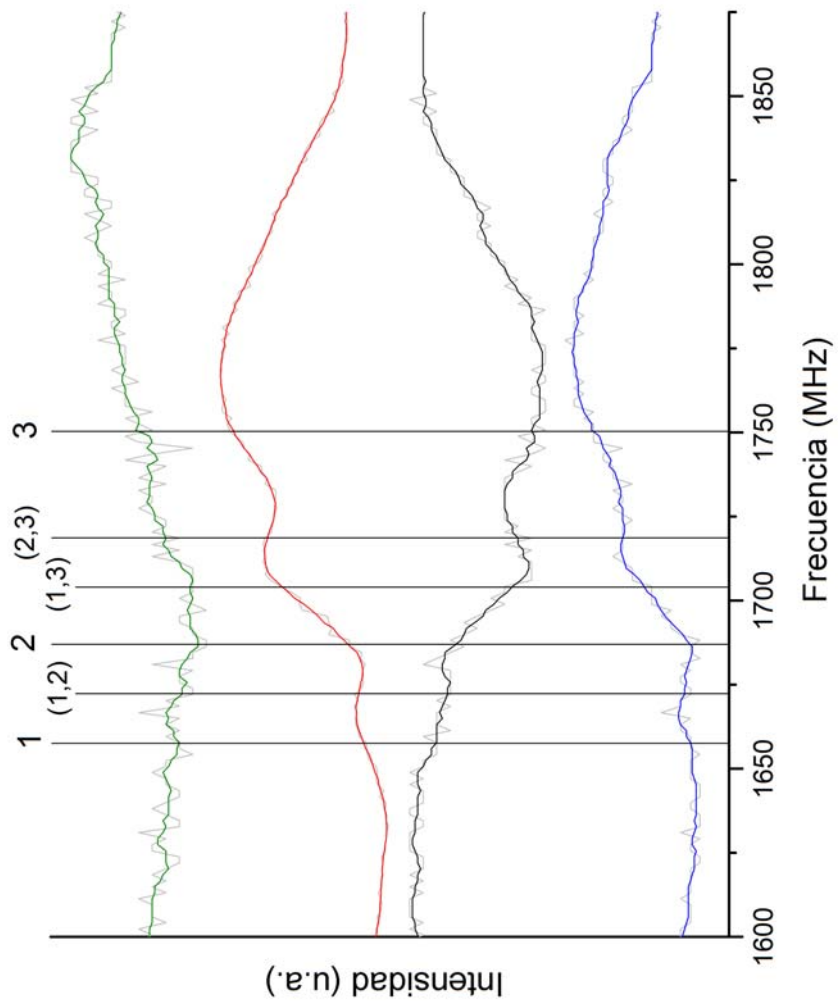
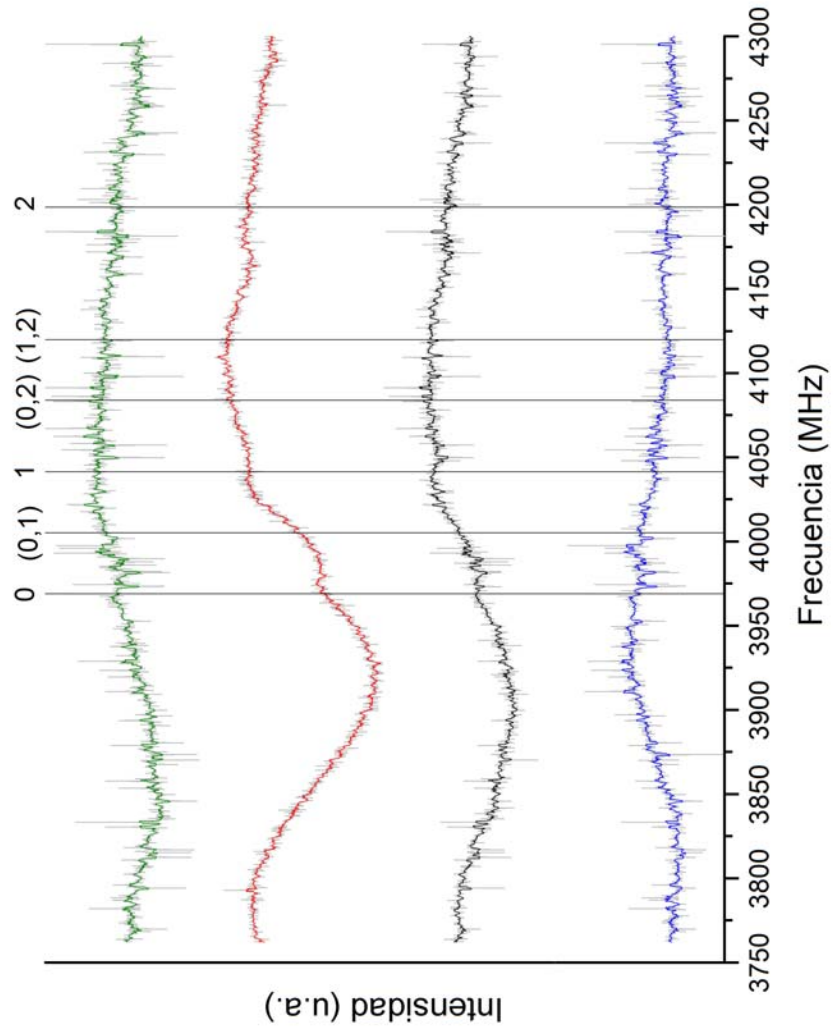


Figura 58: Rubidio 85  $F=3 \rightarrow F'=2,3,4$



**Figura 59:** Rubidio 85  $F=2 \rightarrow F'=1,2,3$



**Figura 60:** Rubidio 87  $F=1 \rightarrow F'=0,1,2$

## 7. Conclusiones.

Los resultados obtenidos demuestran que el diodo láser con cavidad extendida construído cumple con los requisitos necesarios para realizar espectroscopia de polarización. Se trata efectivamente de un láser de diodo unimodo sintonizable.

El haz producido por el láser es estable, colimado, está linealmente polarizado, tiene un ancho de banda menor a  $(17 \pm 5)$  MHz, puede ser modulado 4500 MHz alrededor del centro de la línea  $D2$  del Rubidio y provee la potencia necesaria (15 - 20 mW) para observar las transiciones hiperfinas de los isótopos  $^{85}\text{Rb}$  y  $^{87}\text{Rb}$ .

La construcción, optimización y manejo tanto del láser como de los espectrómetros es sencilla y segura. Los elementos comerciales empleados pueden conseguirse con los proveedores indicados y las partes construidas localmente pueden fabricarse en un taller adecuado. Las medidas de seguridad son las mismas que se emplean en el manejo de cualquier láser infrarrojo de baja potencia y de cualquier dispositivo que emplee diodos.

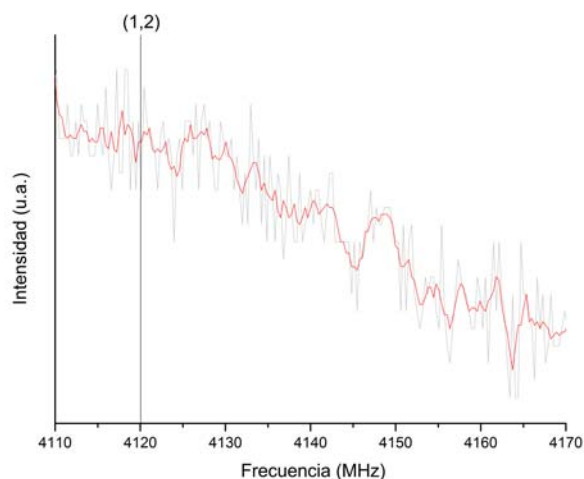
En términos de las espectroscopias desarrolladas se concluye que fueron satisfactorias. Se determinó adecuadamente el ancho Doppler de cada grupo de transiciones. Se obtuvo el ancho de línea del láser fabricado. Se caracterizaron las transiciones hiperfinas del Rubidio, diferenciandolas de las señales cruzadas.

El espectrómetro de polarización muestra ventajas claras sobre los espectrómetros de absorción y de absorción saturada. Entre estas ventajas se encuentra la eliminación de los indicios de pozos Benet causados por reflexiones que aparecen cuando se usa el espectrómetro de absorción. Permite obtener espectros con una mayor resolución, como lo ejemplifican claramente los pozos Benet del espectro de absorción saturada de las transiciones  $F = 3 \rightarrow F'$  de  $^{85}\text{Rb}$ . Se observa sin dificultad el fondo sobre el que se generan los espectros. Proporciona al mismo tiempo los espectros de absorción saturada y de polarización.

La principal desventaja del espectrómetro de polarización radica en su alineación. Por lo que, si bien los espectrómetros de absorción y absorción saturada son superados por el de polarización, la sencillez en su alineación los convierte en herramientas apropiadas para tener una primera referencia del desempeño del láser cuando las condiciones de operación no han sido optimizadas.

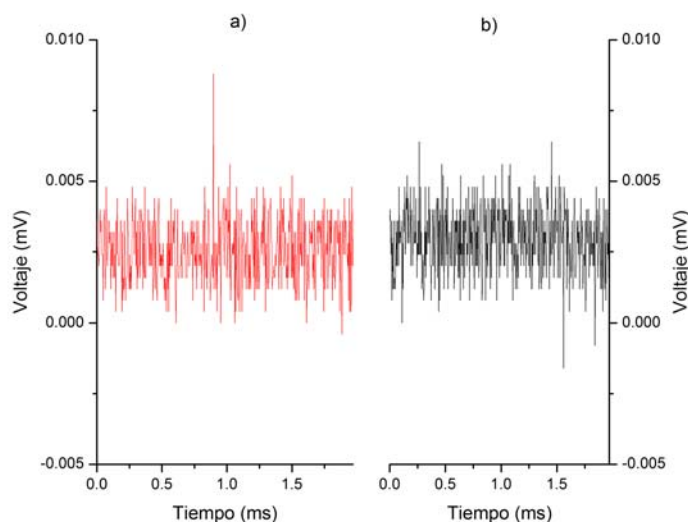
El espectro de polarización es una excelente señal de referencia para estabilizar (anclar) la frecuencia de emisión del láser. Los detalles de este último proceso quedan fuera del alcance de esta tesis pero pueden ser consultados en [25] [27]. El anclaje es importante para que el ciclo cerrado de transiciones empleado en la MOT sea estable.

Para mostrar que el láser construído puede ser anclado, a continuación se presentan los resultados de estabilidad obtenidos al anclar el láser dentro de un intervalo cercano a la señal cruzada (1, 2) que aparece en las transiciones  $F = 1 \rightarrow F' =$  de  $^{87}\text{Rb}$ . De la Figura 61 se puede observar que dicho intervalo no presenta cambios significativos, sin embargo al disminuir la escala de intensidad (Figura 60) se puede apreciar que existe un comportamiento lineal en la señal.



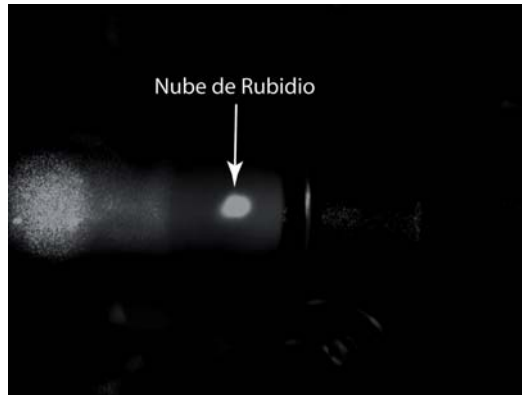
**Figura 61:** Intervalo cercano a la señal cruzada (1, 2) que aparece en las transiciones  $F = 1 \rightarrow F' = 1$  de  $^{87}\text{Rb}$ . Se usa como señal de referencia para anclar la frecuencia del láser de rebombado [25] empleado en la MOT del ICN.

La intensidad de la señal dentro del intervalo mostrado permite conocer la frecuencia de emisión del láser. De aquí que al sintonizar el láser en una frecuencia determinada, el sistema de anclaje puede corregir cualquier desviación en intensidad regresando el láser a la frecuencia elegida. Lo anterior queda demostrado en las dos gráficas que se presentan a continuación, en la de la izquierda se observa el nivel la señal de polarización en el momento en que se ancló la frecuencia del láser, en la gráfica de la derecha se presenta el nivel de la misma señal una hora después de iniciado el anclaje. Como se logra apreciar el nivel de la señal se mantiene a la misma altura. En ambas gráficas se observa que cuando la referencia se mueve del nivel establecido, el sistema de amarre responde en decimas de milisegundo para corregir esa desviación.



**Figura 62:** Nivel de la señal a) al inicio del anclaje, b) una hora después.

El desempeño del láser construído permite emplearlo como láser de rebombeo [25] en la trampa magneto-óptica de Rubidio del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM. Así mismo la espectroscopia de polarización desarrollada en esta tesis se utiliza para generar las señales de referencia de los sistemas de anclado de la misma trampa. La siguiente es una fotografía de la nube de átomos que se ha logrado atrapar.

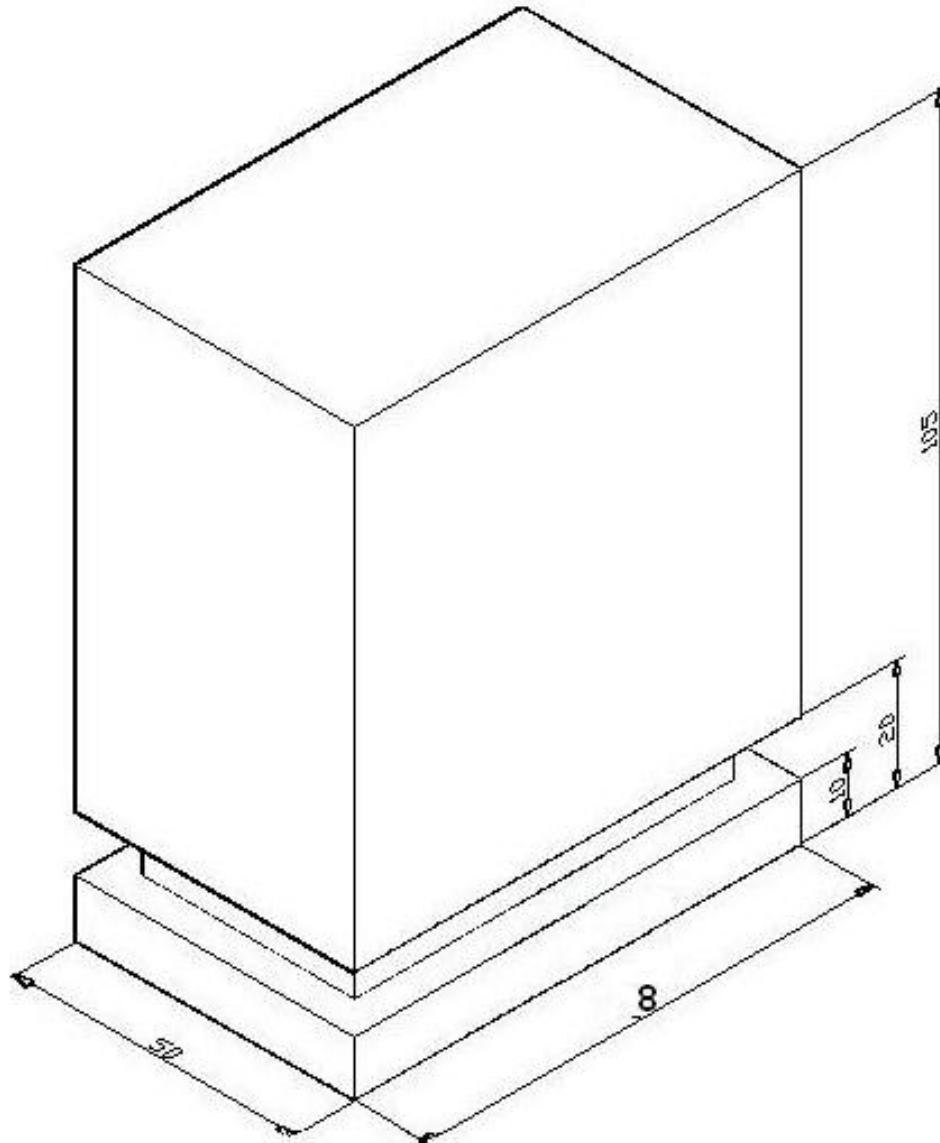


**Figura 63:** Nube de Rubidio atrapada en la trampa magneto-óptica del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM.

Por lo tanto, el sistema presentado resulta ser de gran utilidad para el desarrollo de diferentes técnicas espectroscópicas, entre las cuales destaca la espectroscopia de polarización. Además es lo suficientemente estable para emplearlo en la construcción de MOT's.

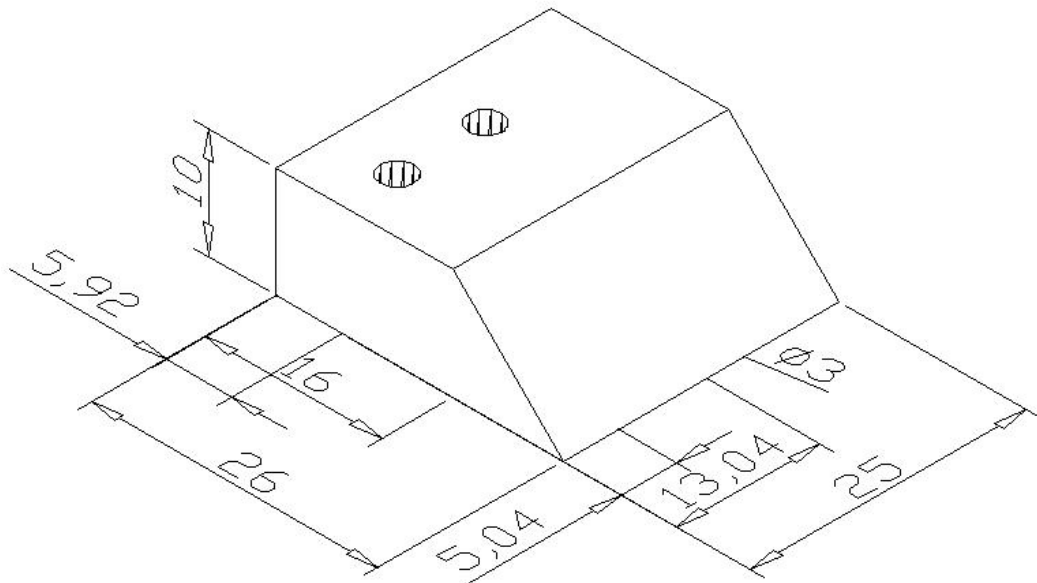
## Apéndices.

### A. Planos de los elementos contruidos.

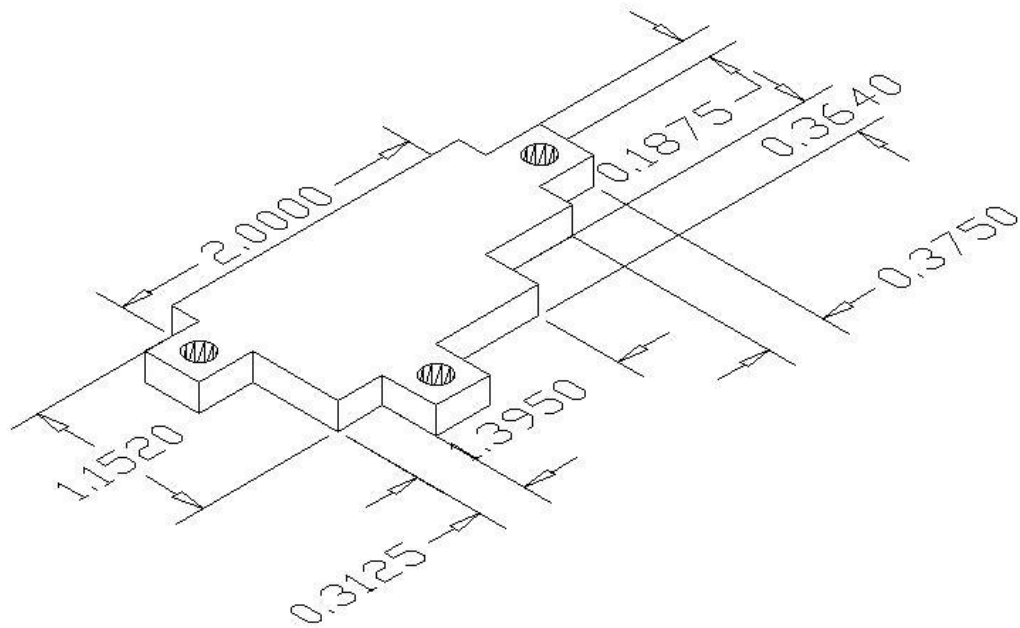


**Figura 64:** Base de aluminio de la montura del diodo láser con cavidad extendida. Las dimensiones se presentan en centímetros.





**Figura 65:** Montura de aluminio para la rejilla de difracción. Las dimensiones se presentan en centímetros.



**Figura 66:** Base de cobre para enfriamiento. Las dimensiones se presentan en centímetros.

## B. Hojas técnicas de los elementos comerciales empleados.

A continuación se presentan las hojas técnicas del diodo láser y del tubo colimador empleados.

### B.1. Diodo láser Hitachi.

---

**HL7851G**

GaAlAs Laser Diode

**HITACHI**

---


**Description**

The HL7851G is a high power 0.78  $\mu\text{m}$  band GaAlAs laser diode with a multi-quantum well (MQW) structure. It is suitable as a light source for optical disk memories, levelers and various other types of optical equipment. Hermetic sealing of the package assures high reliability.

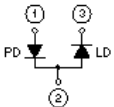
**Features**

- Visible light output:  $\lambda_p = 785 \text{ nm Typ}$
- Small beam ellipticity: 9.5:23
- High output power: 50 mW (CW)
- Built-in monitor photodiode

Package Type  
• HL7851G: G2



Internal Circuit





**HL7851G****Absolute Maximum Ratings** ( $T_C = 25^\circ\text{C}$ )

Item	Symbol	Rated Value	Unit
Optical output power	$P_O$	50	mW
Pulse optical output power	$P_{O(pulse)}$	60*1	mW
LD reverse voltage	$V_{R(LD)}$	2	V
PD reverse voltage	$V_{R(PD)}$	30	V
Operating temperature	$T_{opr}$	-10 to +60	$^\circ\text{C}$
Storage temperature	$T_{stg}$	-40 to +85	$^\circ\text{C}$

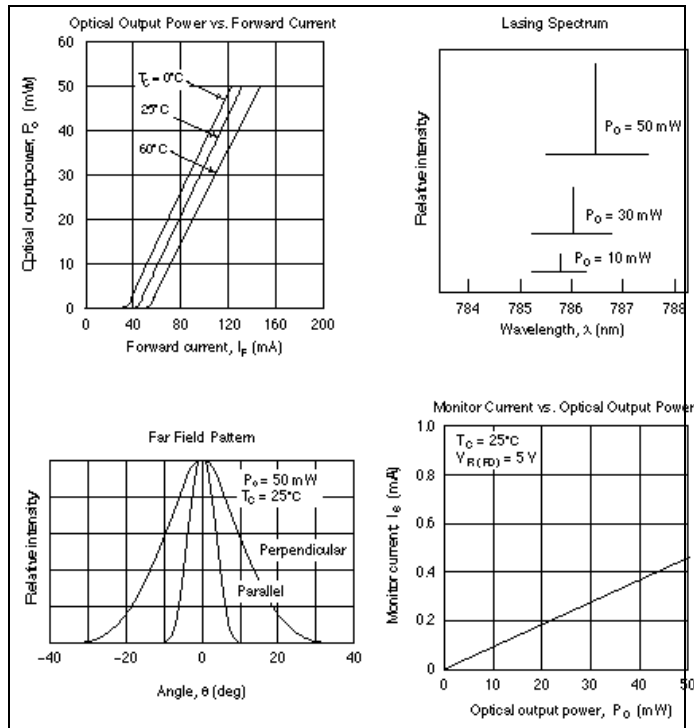
Note: 1. Maximum 50% duty cycle, maximum 1  $\mu\text{s}$  pulse width

**Optical and Electrical Characteristics** ( $T_C = 25^\circ\text{C}$ )

Item	Symbol	Min	Typ	Max	Unit	Test Conditions
Optical output power	$P_O$	50	—	—	mW	Kink free
Threshold current	$I_{th}$	—	45	70	mA	
Slope efficiency	$\eta$	0.35	0.55	0.7	mW/mA	40 mW/ $I_{(45\text{ mW})} - I_{(5\text{ mW})}$
Operating current	$I_{op}$	—	140	170	mA	$P_O = 50\text{ mW}$
LD Operating voltage	$V_{op}$	—	2.3	2.7	V	$P_O = 50\text{ mW}$
Lasing wavelength	$\lambda_p$	775	785	795	nm	$P_O = 50\text{ mW}$
Beam divergence (parallel)	$\theta_{//}$	8	9.5	12	deg.	$P_O = 50\text{ mW}$ , FWHM
Beam divergence (perpendicular)	$\theta_{\perp}$	18	23	28	deg.	$P_O = 50\text{ mW}$ , FWHM
Monitor current	$I_s$	25	—	150	$\mu\text{A}$	$P_O = 5\text{ mW}$ , $V_{R(PD)} = 5\text{ V}$
Astigmatism	$A_s$	—	5	—	$\mu\text{m}$	$P_O = 5\text{ mW}$ , $NA = 0.4$

**HL7851G**

**Typical Characteristic Curves**

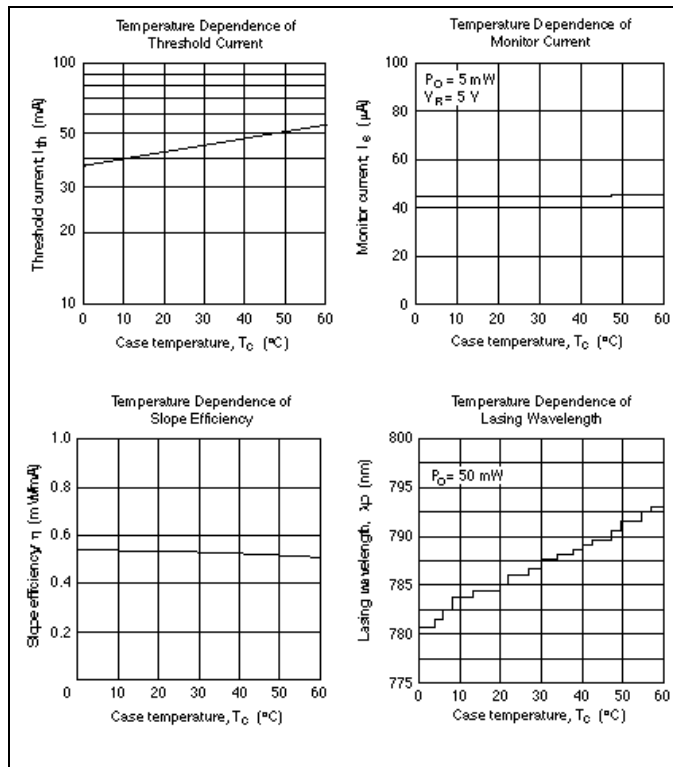


**HITACHI**

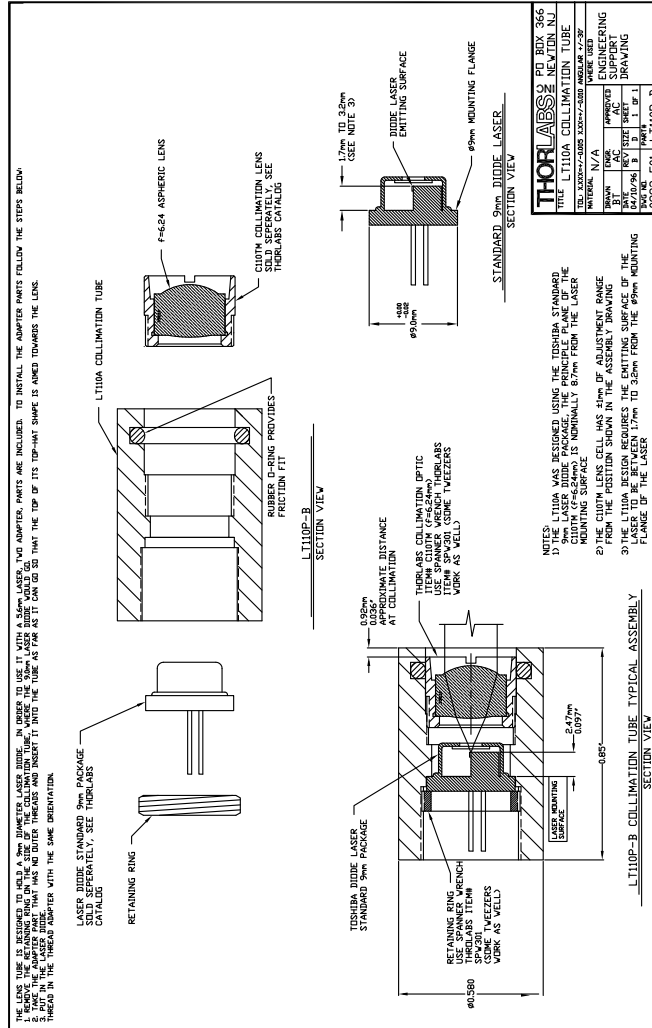
175

**HL7851G**

**Typical Characteristic Curves (cont)**



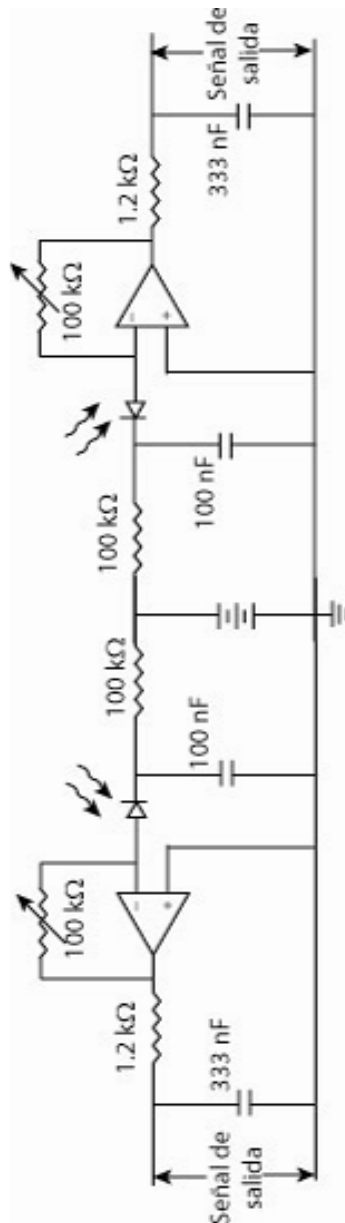
B.2. Tubo colimador.



## C. Circuitos electrónicos para la detección.

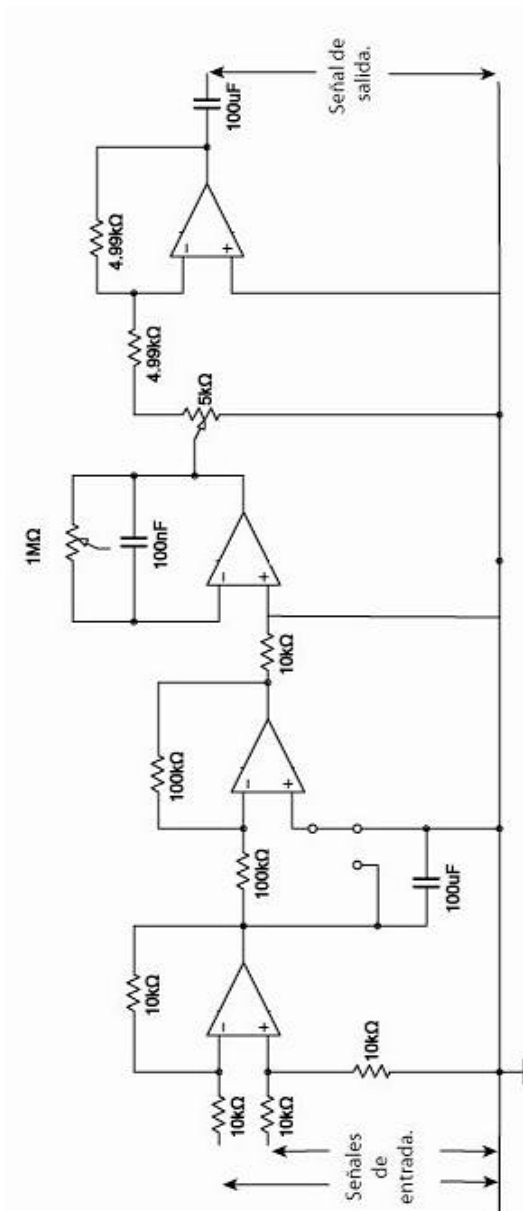
Se presentan los circuitos de los fotodiodos empleados y el circuito comparador empleados en el espectrometro de polarización.

### C.1. Fotodiodos para detectar las componentes de polarización.



El modelo de los amplificadores operacionales empleados es TL074CN.  
El voltaje de alimentación es de + 15 V

## C.2. Circuito comparador.



El modelo de los amplificadores operacionales empleados es TL074CN.  
El voltaje de alimentación es de  $\pm 15V$ .



## Referencias

- [1] Ashkin A. *History of Optical Trapping and Manipulation of Small-Neutral Particle, Atoms, and Molecules IEEE J. ON SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS*.**6**, (NOVEMBER/DECEMBER 2000)
- [2] Demtröder W. *Laser Spectroscopy* 3a. ed. (Springer, Berlin 2003)
- [3] A. S. Arnold, J. S. Wilson, and M. G. Boshier, *Rev. Sci. Instrum.***69**, 1236 (1998)
- [4] Davis C. Christopher *Laser and Electro-Optics. Fundamentals and Engineering* (Cambridge University Press, Reino Unido 1996)
- [5] McQuarrie, Donald A. *Statistical thermodynamics* (Harper and Row , EU 1973)
- [6] Hill, Terrell L. *An introduction to statistical thermodynamics* (Addison Wesley, EU 1962)
- [7] Hecht E. *Optics* 2a. ed. (Addison Wesley, EU 1989)
- [8] Jenkins Francis A., White Harvey E. *Fundamentals of optics*(McGraw-Hill, Tokyo-México 1976)
- [9] On the Quantum Theorem of Sommerfeld and Epstein, 11 May 1917 "Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein"Deutsche Physikalische Gesellschaft. Verhandlungen 19 (1917) 434
- [10] David R. Lide (Ed.) *CRC Handbook of Chemistry and Physics* 81st ed. (Elsevier, Amsterdam, 1963) English edition edited by Robert Gary.
- [11] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl?matno=037>
- [12] A. N. Nesmeyanov *Vapor Pressure of the Chemical Elements* 81st ed. (CRC Press, Boca Raton, 2000).
- [13] Cohen-Tannoudji C. et al. *Quantum Mechanics* (Wiley, New York 1995)
- [14] Ralchenko, Yu., Jou, F.-C., Kelleher, D.E., Kramida, A.E., Musgrove, A., Reader, J., Wiese, W.L., and Olsen, K. (2007). *NIST Atomic Spectra Database* (version 3.1.2), [Online]. Disponible: <http://physics.nist.gov/asd3> [2007, August 30]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- [15] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino, *Rev. Mod. Phys.***49**, 1236 (1997)
- [16] Goldstein Herbert, Safko John L. *Classical mechanics* 3rd ed. (Pearson Education, San Francisco, California 2002)
- [17] Blanchard Paul, Devaney Robert L, Hall Glen R. *Differential equations* 3a. ed. (Brooks/Cole Pub. Co., Pacific Grove, CA 1998)
- [18] Arfken, George *Mathematical Methods for Physicists* (Academic Press Inc., San Diego, CA 1985).

- 
- [19] Jackson John David *Classical electrodynamics*. 2a. ed. (J. Wiley, New york 1975)
- [20] Jimenez Mier y Terán. José Ignacio. Notas personales no publicadas.
- [21] Saxon David S. *Elementary quantum mechanics*. (Holden-day, San francisco 1968)
- [22] Corney, Alan. *Atomic and laser spectroscopy* (Clarendon, Oxford 1977)
- [23] Metcalf, Harold J.,P. van der Straten *Laser cooling and trapping*. (Springer, New York 1999)
- [24] C P Pearman, C S Adams, S G Cox, P F Griffin, D A Smith and I G Hughes, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.***35**, (2002)
- [25] K. B. MacAdam, A. Steinbach and C. Wieman, *Am. J. Phys.***60**, 12 (1992)
- [26] Harman, Theodore Carter *Thermoelectric and thermomagnetic effects and applications*. (McGraw-Hill, New york 1967)
- [27] Kruger, Jan Max Walter *A Novel Technique for Frequency Stabilising Laser Diodes* University of Otago October 1998 (Tesis).