

Capítulo 3

Átomos con dos electrones. Helio.

3.1. El estado base.

El siguiente sistema atómico que trataremos en este curso es el átomo con dos electrones, el helio. Aprenderemos que este sistema simple de dos electrones no tiene solución analítica y sin embargo los métodos aproximados de la mecánica cuántica nos permiten obtener funciones de onda y valores de energía muy exactos y en muy buen acuerdo con los resultados experimentales. También servirá para introducir el concepto de simetría de intercambio, que es de gran utilidad en todas las áreas de la física.

En la figura 3.1 se muestra el sistema, con un núcleo de carga $+Ze$ ($Z = 2$ para helio) y masa M y dos electrones de carga e y masa m . La interacción entre ellos es la atracción Coulombiana del núcleo sobre cada electrón y la repulsión Coulombiana entre los electrones. Podemos escribir directamente el Hamiltoniano cuántico correspondiente a este sistema

$$H(\vec{r}_N, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_N^2 - \frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (3.1)$$

En esta discusión supondremos que la masa nuclear M es suficientemente grande como para despreciar el término de energía cinética nuclear, o de manera equivalente, escribimos el Hamiltoniano en un marco de referencia

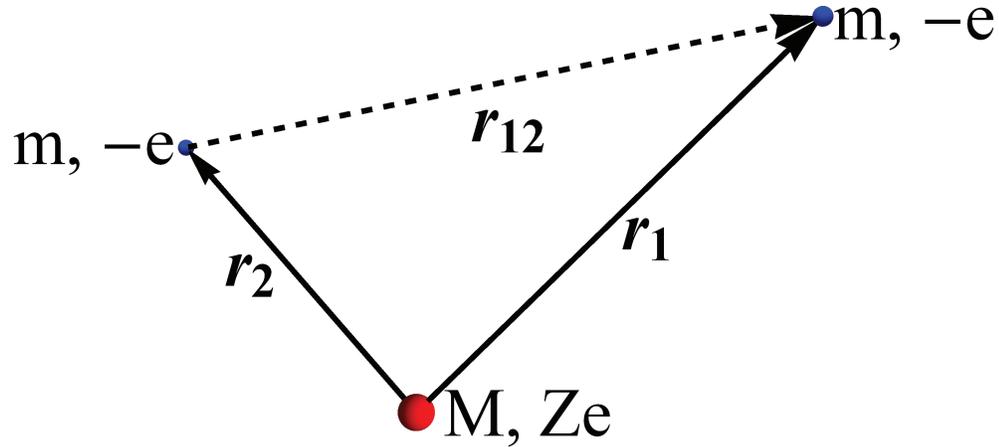


Figura 3.1: Sistema de coordenadas para describir el átomo de helio.

anclado al núcleo, lo que da por resultado:

$$H(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (3.2)$$

Este Hamiltoniano es la suma de dos hamiltonianos hidrogenoides para un núcleo de carga Z más el término de repulsión entre los electrones

$$H(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = H(Z, \vec{r}_1) + H(Z, \vec{r}_2) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (3.3)$$

Sabemos cuáles son las soluciones de la ecuación de Schroedinger para los hamiltonianos hidrogenoides. El término de repulsión Coulombiana es el que hace que sea imposible obtener una solución analítica para este sistema.

Un buen punto de partida para resolver la ecuación de Schroedinger del helio son las funciones hidrogenoides que conocemos del capítulo anterior. El estado base de helio correspondería a cada uno de los electrones ocupando el nivel más bajo de este sistema hidrogenoide, descrito cada uno por orbitales $1s$. Uno se vería tentado a utilizar después el término de repulsión como la perturbación. Para que esto tenga sentido el valor esperado de este término debe ser pequeño. Una forma de comprobar si esto es cierto es calcular el valor

esperado de la repulsión para funciones hidrogenoides. No seguiremos este camino sino que estimaremos el efecto de la repulsión Coulombiana comparando el valor de la energía del sistema sin repulsión con el valor experimental de la energía de amarre del átomo de helio. Si utilizamos funciones de onda hidrogenoides con carga $Z = 2$ el valor de la energía sin la repulsión es

$$E = -\frac{13.60Z^2}{1^2} - \frac{13.60Z^2}{1^2} = -27.18 \times 4 = -108.72 \text{ eV} \quad (3.4)$$

Por otra parte, el valor experimental de la energía de amarre de helio es -79.0 eV . La diferencia entre estos dos valores es debida a la repulsión Coulombiana, y es igual a 29.72 eV que no es un número pequeño comparado con la energía calculada de 108.72 eV . Por tanto no es muy buena idea utilizar teoría de perturbaciones para el estado base del átomo de helio.

Un enfoque más apropiado es utilizar el método variacional, que nos dice que para una función ψ el valor esperado del Hamiltoniano

$$\frac{\int \psi^* H \psi dV}{\int \psi^* \psi dV} \geq E \quad (3.5)$$

es una cota superior para el valor de la energía del sistema. Para el estado base de helio utilizamos funciones $1s$ hidrogenoides en las que se emplea una carga nuclear efectiva \mathcal{Z} como parámetro variacional. En el ejercicio 1 del capítulo se demuestra paso a paso cómo hacer el cálculo. En términos generales hay que hacer lo siguiente:

- Se escribe la función hidrogenoide $1s$ para cada electrón y se normaliza en función de la carga efectiva \mathcal{Z} .
- Se calcula el valor esperado de la parte hidrogenoide del Hamiltoniano para esta función de onda. Se obtiene una expresión en términos de la carga efectiva \mathcal{Z} .
- Para calcular el valor esperado de la repulsión se utiliza el desarrollo en armónicos esféricos¹:

$$\frac{1}{r_{12}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2k+1} \frac{r_{<}^k}{r_{>}^{k+1}} \sum_{\mu=-k}^k Y_{k\mu}^*(\theta_1, \varphi_1) Y_{k\mu}(\theta_2, \varphi_2) \quad (3.6)$$

Aquí $r_{>}$ ($r_{<}$) es la mayor (menor) de las coordenadas radiales de los electrones.

¹Esta expresión se encuentra en diversos textos de electromagnetismo o mecánica cuántica.

- Se obtiene así una expresión para el valor esperado del Hamiltoniano en función de la carga efectiva \mathcal{Z} .
- Se obtiene el valor de \mathcal{Z} para el que esta expresión alcanza su valor mínimo.

Si se hace todo bien se encuentra que el valor de la carga efectiva que minimiza la energía es $\mathcal{Z} = 2 - 5/16 = 1.6875$, y que el valor esperado de la energía para esta carga efectiva es de -77.5 eV que está apenas 1.5 eV por encima del valor experimental.

También se puede interpretar esta disminución de la carga nuclear que optimiza la energía como debida al apantallamiento de la carga nuclear que cada electrón siente por la presencia del otro electrón. Por supuesto que el método variacional se puede extender, empleando para el estado base funciones de onda que no son hidrogenoides. Cálculos de este tipo con cientos de parámetros libres dan una energía que es, dentro del nivel de precisión, igual a la energía medida.

3.2. Simetría de intercambio.

Desde el punto de vista de la mecánica cuántica los dos electrones en el átomo de helio son indistinguibles. El Hamiltoniano es, por tanto, simétrico ante el intercambio de los índices de cada electrón. Esto es, si en el Hamiltoniano hacemos el cambio $1 \leftrightarrow 2$ obtenemos exactamente los mismos términos. Podemos pensar que hay un operador que realiza este intercambio de índices. Llamamos P a este operador, cuya acción sobre cualquier función u operador es

$$Pf(1, 2) = f(2, 1) \quad (3.7)$$

Es claro que P conmuta con el Hamiltoniano, por lo que es posible obtener eigenfunciones comunes de H y P . En este momento nos interesa saber qué forma tienen las eigenfunciones del operador de intercambio P . Si $u(1, 2)$ es una eigenfunción de P con eigenvalor λ sabemos que

$$Pu(1, 2) = \lambda u(1, 2) \quad (3.8)$$

Aplicando P a esta expresión y recordando que $P^2 = I$ se obtiene

$$P(Pu(1, 2)) = P(\lambda u(1, 2)) = \lambda Pu(1, 2) = \lambda^2 u(1, 2) = P^2 u(1, 2) = u(1, 2) \quad (3.9)$$

y por tanto $\lambda^2 = 1$. Las soluciones de esta ecuación de eigenvalores son $\lambda = 1$ y $\lambda = -1$. Cuando $\lambda = 1$, esto es si $u(1, 2) = u(2, 1)$, se dice que la función es simétrica ante el intercambio. Si $\lambda = -1$ la función es antisimétrica. En la naturaleza se encuentra que hay una relación directa entre el espín de las partículas que forman un sistema y las propiedades de simetría de la función de onda ante el intercambio de las partículas idénticas. Las funciones de onda de sistemas de partículas con espín entero son simétricas ante el intercambio y a estas partículas se les conoce como bosones². Por otra parte, partículas con espín semi-entero, como los electrones, los protones y los neutrones, tienen funciones de onda antisimétricas y se les conoce como fermiones³. Los electrones en el átomo de helio son fermiones. Por tanto su función de onda debe ser antisimétrica. Sin embargo la función variacional que empleamos para el estado base y que da una muy buena aproximación a la energía de amarre es simétrica. ¿Cómo resolvemos este dilema?

La explicación es simple. La función que empleamos en el cálculo variacional depende únicamente de las coordenadas espaciales de cada electrón, y no hemos empleado las coordenadas intrínsecas de espín de cada electrón. Falta entonces considerar las propiedades de simetría de las funciones de espín. Con las funciones individuales α y β podemos construir los productos:

$$\begin{aligned} &\alpha(1)\alpha(2) \\ &\alpha(1)\beta(2) \\ &\alpha(2)\beta(1) \\ &\beta(1)\beta(2) \end{aligned} \tag{3.10}$$

La primera y la última de estas funciones de espín son simétricas ante el intercambio. Las dos intermedias no tienen simetría de intercambio definida. Sin embargo, con ellas podemos construir dos funciones con simetría de intercambio definida

$$\begin{aligned} \chi_s(1, 2) &= \frac{\alpha(1)\beta(2) + \alpha(2)\beta(1)}{\sqrt{2}} \\ \chi_A(1, 2) &= \frac{\alpha(1)\beta(2) - \alpha(2)\beta(1)}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{3.11}$$

donde la raíz en el denominador sirve para normalizar a la función del siste-

²Obedecen la estadística de Bose-Einstein

³Obedecen la estadística de Fermi-Dirac

ma⁴. Para dos electrones tenemos entonces tres funciones de espín simétricas ante el intercambio:

$$\begin{aligned}\chi_{S1}(1, 2) &= \alpha(1)\alpha(2) \\ \chi_{S0}(1, 2) &= \frac{\alpha(1)\beta(2) + \alpha(2)\beta(1)}{\sqrt{2}} \\ \chi_{S-1}(1, 2) &= \beta(1)\beta(2)\end{aligned}\quad (3.12)$$

y una función antisimétrica:

$$\chi_{A0} = \frac{\alpha(1)\beta(2) - \alpha(2)\beta(1)}{\sqrt{2}} \quad (3.13)$$

Estas funciones también son eigenfunciones del cuadrado del espín total \vec{S}^2 y de su proyección S_z . La demostración de que son eigenfunciones de \vec{S}^2 es un buen ejercicio en el uso de los operadores de momento angular y no se hará en este reducido espacio.⁵ Para demostrar la segunda afirmación aplicamos el operador S_z a cada una de las funciones:

$$\begin{aligned}S_z\chi_{S1} &= (S_{1z} + S_{2z})\alpha(1)\alpha(2) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)\hbar\alpha(1)\alpha(2) = \hbar\chi_{S1} \\ S_z\chi_{S0} &= (S_{1z} + S_{2z})\frac{\alpha(1)\beta(2) + \alpha(2)\beta(1)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)\hbar\chi_{S0} \\ &= 0\hbar\chi_{S0} \\ S_z\chi_{S-1} &= (S_{1z} + S_{2z})\beta(1)\beta(2) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)\hbar\chi_{S-1} = -\hbar\chi_{S-1}\end{aligned}\quad (3.14)$$

Estos resultados nos dicen que las funciones simétricas de espín corresponden también a eigenfunciones de S_z con eigenvalores 1, 0 y -1 respectivamente. De manera similar:

$$S_z\chi_{A0} = 0\hbar\chi_{A0} \quad (3.15)$$

dice que la función de espín antisimétrica es eigenfunción de S_z con eigenvalor 0. Por otra parte, si recordamos que la suma de dos momentos angulares s_1 y s_2 con $s_1 = s_2 = 1/2$ da lugar a momento angular total S con eigenvalores $S = 1$ y 0 concluimos que las funciones de espín simétricas son eigenfunciones

⁴Suponemos que las funciones de espín son ortonormales en el sentido de que $\alpha^\dagger\alpha = \beta^\dagger\beta = 1$

⁵La demostración emplea la siguiente expresión para el operador de cuadrado del espín total $\vec{S}^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 = \vec{S}_1^2 + \vec{S}_2^2 + (S_{1+}S_{2-} + S_{1-}S_{2+}) + 2S_{1z}S_{2z}$.

de S^2 y S_z con eigenvalores respectivos $S = 1$ y $M_S = 1, 0$ y -1 ; y que la función antisimétrica es la eigenfunción de S^2 y S_z con eigenvalores $0, 0$. En física atómica y molecular también se llama a la función simétrica, con tres valores de M_S , como la función triplete. A la función antisimétrica se le llama también singlete.

Concluimos esta discusión de la simetría de intercambio indicando que el estado base del átomo de helio corresponde a la configuración $1s^2$ en la que los dos electrones ocupan los orbitales de energía más baja, siempre y cuando la suma de sus espines da el valor cero. Esto es, el estado base de helio es necesariamente un singlete.

3.3. Estados excitados del átomo de helio.

Primero consideraremos los estados en los que solo un electrón es excitado, quedando el otro electrón en el estado $1s$. De manera simbólica, nos interesan estados de la forma en los que el electrón excitado está en un orbital con números cuánticos n y ℓ (en ausencia de campo magnético externo esperamos que todas las proyecciones de momento angular orbital m_ℓ tengan la misma energía). La función de onda

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = u_{1s}(\vec{r}_1)u_{n\ell}(\vec{r}_2) \quad (3.16)$$

no tiene simetría de intercambio definida. Sin embargo, con esta función podemos construir las funciones de onda espaciales simétrica

$$\psi_S(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{u_{1s}(\vec{r}_1)u_{n\ell}(\vec{r}_2) + u_{1s}(\vec{r}_2)u_{n\ell}(\vec{r}_1)}{\sqrt{2}} \quad (3.17)$$

y antisimétrica

$$\psi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{u_{1s}(\vec{r}_1)u_{n\ell}(\vec{r}_2) - u_{1s}(\vec{r}_2)u_{n\ell}(\vec{r}_1)}{\sqrt{2}} \quad (3.18)$$

Con estas funciones de onda y las combinaciones lineales de las funciones de onda de espín antisimétrica:

$$\chi_{A0} = \frac{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1}{\sqrt{2}} \quad (3.19)$$

y simétrica

$$\chi_{S1} = \alpha_1\alpha_2 \quad (3.20)$$

$$\chi_{S0} = \frac{\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1}{\sqrt{2}} \quad (3.21)$$

$$\chi_{S-1} = \beta_1\beta_2 \quad (3.22)$$

podemos construir dos juegos distintos de funciones totalmente antisimétricas:

$$\begin{aligned} \Psi_0(1, 2) &= \Psi_S(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\chi_{A, M_S} \\ \Psi_1(1, 2) &= \Psi_A(r_1, r_2)\chi_{S, M_S} \end{aligned} \quad (3.23)$$

El subíndice indica el valor del espín del sistema de dos electrones, con $S = 1$ para el triplete y $S = 0$ para el singlete.

Nos interesa evaluar los niveles de energía de estos dos juegos de funciones de onda. Para ello calculamos el valor esperado del Hamiltoniano del sistema:

$$H(1, 2) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (3.24)$$

Escribimos este Hamiltoniano como la suma

$$H(1, 2) = \sum_{i=1}^2 f_i + g_{12} \quad (3.25)$$

donde f_i son operadores de un electrón (en el sentido que dependen de las coordenadas y espines de un solo electrón) y g_{12} es el operador de dos electrones que corresponde a la repulsión de Coulomb. Es relativamente fácil demostrar (es un ejercicio de tarea) que el valor esperado de los operadores de un electrón f_i es el mismo para el singlete y el triplete. Por tanto es el valor esperado del operador g_{12} el que es responsable de cualquier diferencia de energía entre estas funciones de onda. Queremos entonces evaluar el valor esperado de g_{12} con las funciones de onda 3.23. Escribimos este valor esperado

$$\langle g_{12} \rangle = \int \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)^* \chi_{S, M_S}^\dagger g_{12} \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \chi_{S, M_S} dV \quad (3.26)$$

El operador g_{12} no depende del espín, y por tanto el producto de las funciones de espín, que son ortonormales (probarlo), da 1. El valor esperado de la

repulsión entre electrones resulta

$$\begin{aligned} \langle g_{12} \rangle = & \int \int \left[\frac{u_{1s}(\vec{r}_1)u_{n\ell}(\vec{r}_2) \pm u_{1s}(\vec{r}_2)u_{n\ell}(\vec{r}_1)}{\sqrt{2}} \right]^* \frac{1}{r_{12}} \times \\ & \times \left[\frac{u_{1s}(\vec{r}_1)u_{n\ell}(\vec{r}_2) \pm u_{1s}(\vec{r}_2)u_{n\ell}(\vec{r}_1)}{\sqrt{2}} \right] dV_1 dV_2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Aquí tenemos que usar la combinación simétrica (signo +) para el singlete y la combinación antisimétrica (signo -) para el triplete. Desarrollando los productos resulta

$$\left\langle \frac{1}{r_{12}} \right\rangle = J \pm K \quad (3.28)$$

donde

$$J = \int \int \frac{|1s(1)|^2 |n\ell(2)|^2}{r_{12}} dV_1 dV_2 \quad (3.29)$$

$$K = \int \int \frac{1s^*(1)n\ell^*(2)1s(2)n\ell(1)}{r_{12}} dV_1 dV_2 \quad (3.30)$$

y hemos utilizado el hecho de que las etiquetas de integración pueden ser intercambiadas. Recordemos que el signo + se usa para el singlete y el - para el triplete. Es claro que la primera integral, J, es positiva. Se puede demostrar que K también es positiva y menor que J. Por tanto el valor esperado del término de repulsión para el triplete es menor que para el singlete, por lo que el triplete tiene una energía menor que el singlete.

Se puede invocar un argumento cualitativo para explicar esta disminución en la repulsión cuando los electrones tienen la misma proyección de espín. Como la función de onda tiene que ser totalmente antisimétrica y la proyección de espín es la misma, la parte espacial tiene que ser antisimétrica, lo cual implica que se tiene un nodo cuando $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$. Esto es, el exigir que la función de onda electrónica sea totalmente antisimétrica obliga a los electrones con misma proyección de espín a estar más separados espacialmente y por tanto a que su repulsión Coulombiana sea menor. Este resultado, obtenido para dos electrones en helio, es válido para cualquier sistema de n electrones y será de gran utilidad en lo que resta del curso.

Más adelante en el curso veremos que los tripletes y los singletes no se mezclan espectroscópicamente. Es decir, no hay transiciones dipolares eléctricas entre un triplete y un singlete. Esto quiere decir que desde el punto de vista de la espectroscopia hay dos tipos diferentes de helio: el que da lugar a transiciones entre tripletes y el que corresponde a los singletes. A helio en

cualquiera de los estados singlete se le llama parahelio, mientras que helio en estados triplete recibe el nombre de ortohelio. En la figura 3.2 se muestra un diagrama con los niveles de energía experimentales [24] de algunos estados de helio.

3.4. Estados doblemente excitados. Autoionización.

Hasta ahora hemos considerado estados de helio en los que uno de los electrones se encuentra en el orbital de energía más bajo, el $1s$. En principio uno puede pensar en estados en los que los dos electrones están en orbitales excitados. Por ejemplo, se pueden pensar en las siguientes combinaciones: $2s2s$, $2s2p$, $2s3s$, $2s3p$, $2s3d$, $2p2p$, $2p3s$, $2p3p$, $2p3d$, $3s3s$, $3s3p$, $3s3d$, $3s4p$, en general $n\ell n'\ell'$. De estos estados el de más baja energía es el $2s2s$. Podemos hacer una estimación muy *sucia* de su energía de la siguiente manera: supongamos que la constante de apantallamiento de la carga nuclear ($5/16$) que obtuvimos para el estado base ($1s^2$) es la misma para el estado $2s^2$. Bajo esta aproximación la energía del estado $2s^2$ es (justificarlo):

$$E_{2s^2} = -13.6 \frac{2(2 - 5/16)^2}{4} = -19.364 \text{ eV} \quad (3.31)$$

Recordando que la energía de enlace del átomo de helio es de 79 eV, este estado doblemente excitado quedaría 59.64 eV por encima del estado base⁶. Es un ejercicio directo se demuestra (tarea) que la energía de ionización de un electrón $1s$ en helio es 24.6 eV, por lo que concluimos que el estado doblemente excitado $2s^2$ y por tanto todos los demás estados doblemente excitados de helio quedan por encima de los estados en los que el ión He^+ tiene un electrón en el estado $1s$ y el otro electrón está en el continuo. Designamos a estos estados de la forma $1s\epsilon_\ell$, donde ϵ es la energía cinética del electrón libre con momento angular orbital ℓ . Por consiguiente cualquier estado doblemente excitado es degenerado con un continuo de estados no ligados del sistema $He^+ + e$. Uno esperaría que los estados del sistema sean superposiciones de estos estados. Sin embargo, no se puede emplear la teoría de perturbaciones degenerada tal y como la conocemos, porque se trata de la interacción entre un estado discreto y un conjunto infinito no-numerable de estados en el

⁶El valor experimental es de 57.84 eV.

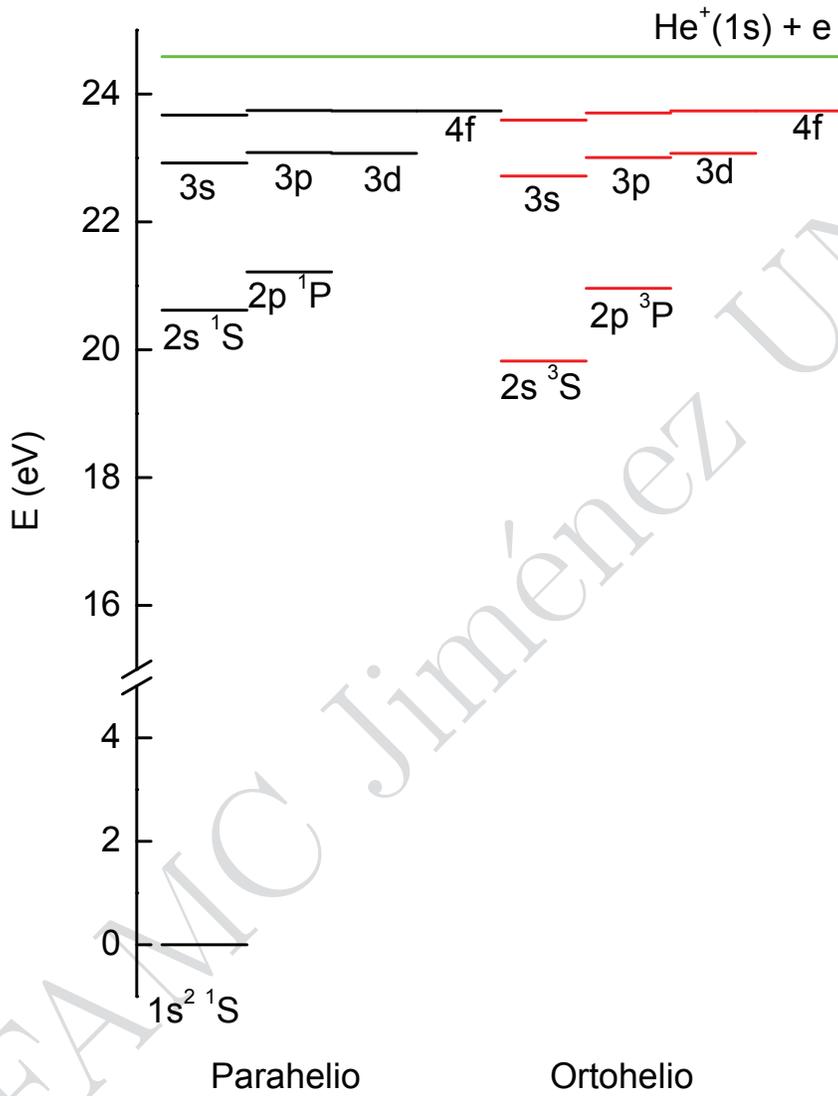


Figura 3.2: Niveles de energía de helio.

continuo. En 1961 Fano nos enseña cómo se puede construir la función de onda del sistema⁷. Demuestra que hay una función de onda que diagonaliza el Hamiltoniano que es la superposición directa del estado discreto y de los estados del continuo

$$\Psi = a\psi(n\ell, n'\ell') + \int b(\epsilon)\phi_{\epsilon\ell}d\epsilon \quad (3.32)$$

y obtiene expresiones explícitas para los coeficientes de superposición a y $b(\epsilon)$. Experimentalmente uno puede excitar al sistema a este estado casi discreto, pero como la función de onda tiene componentes en el continuo el sistema termina ionizado. A estos estados mezcla de orbitales discretos y continuos se les llama estados autoionizantes, y al proceso de decaimiento se le llama autoionización. Fano también demuestra que cualquier proceso de excitación a estos estados autoionizantes da lugar a procesos de interferencia que produce un perfil de línea asimétrico, en el que el máximo resulta de la interferencia constructiva entre el estado discreto y los estados en el continuo, y el mínimo resulta de la interferencia destructiva. A estos perfiles asimétricos de resonancias autoionizantes se les conoce como perfiles de Fano-Beutler. En la figura 3.3 se muestra perfiles de línea de Fano-Beutler para distintos valores de los coeficientes de interferencia entre el estado discreto y el continuo. En 1963 Madden y Codling⁸ presentan resultados de experimentos en los que observan dos series de resonancias autoionizantes de la forma $2snp$ y $2pns$ de helio atómico. Experimentos posteriores han observado varias series de resonancias autoionizantes por encima de el límite $n = 2$ de ionización de helio⁹. En la figura 3.4 se muestra el perfil experimental de la resonancia $3s3p$ en helio atómico obtenido en experimentos de fotoionización. El perfil de línea puede ser descrito muy bien por la expresión de Fano. En la figura 3.5 se muestran los valores experimentales [24] para los niveles de energía de estados doblemente excitados en helio.

⁷U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).

⁸R.P. Madden y K. Codling, Phys. Rev. Lett. **10**, 516 (1963).

⁹El límite de ionización $n\ell$ corresponde a la energía necesaria para producir al ión He^+ en el estado hidrogenoide $n\ell$ con el otro electrón en el continuo con energía cinética cero.

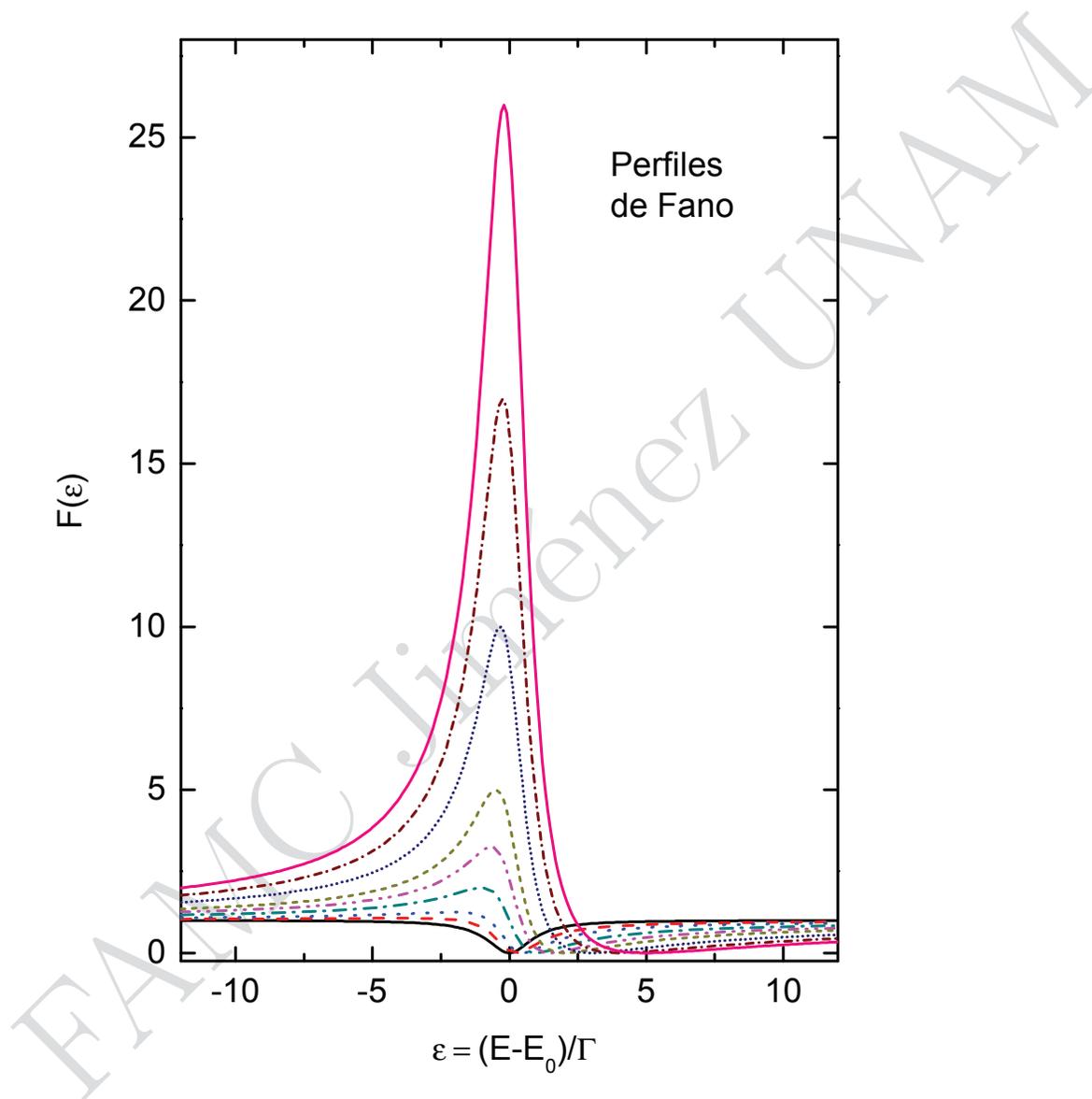


Figura 3.3: Perfil de Fano-Beutler.

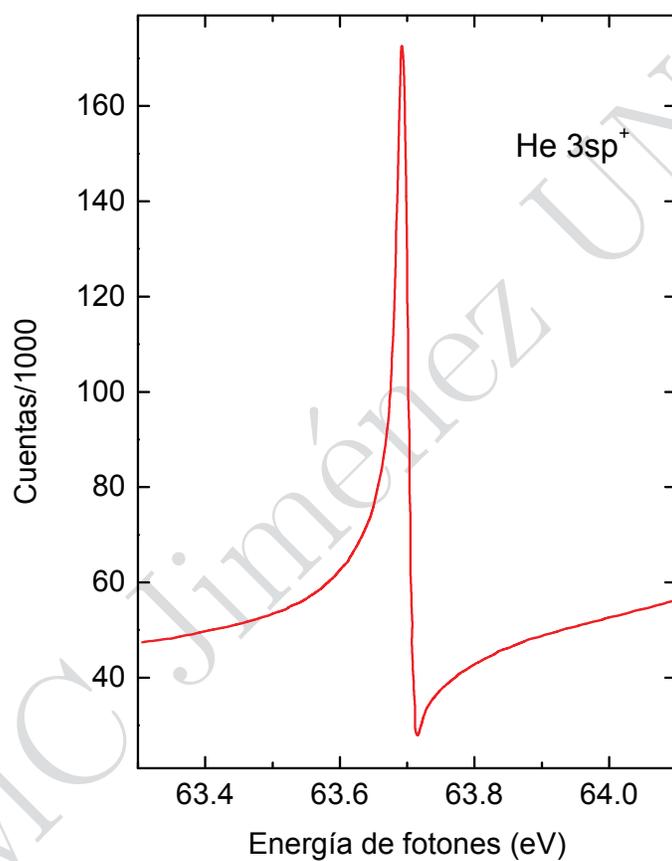


Figura 3.4: Perfil de la resonancia $3s3p$ en la sección eficaz de ionización de helio.

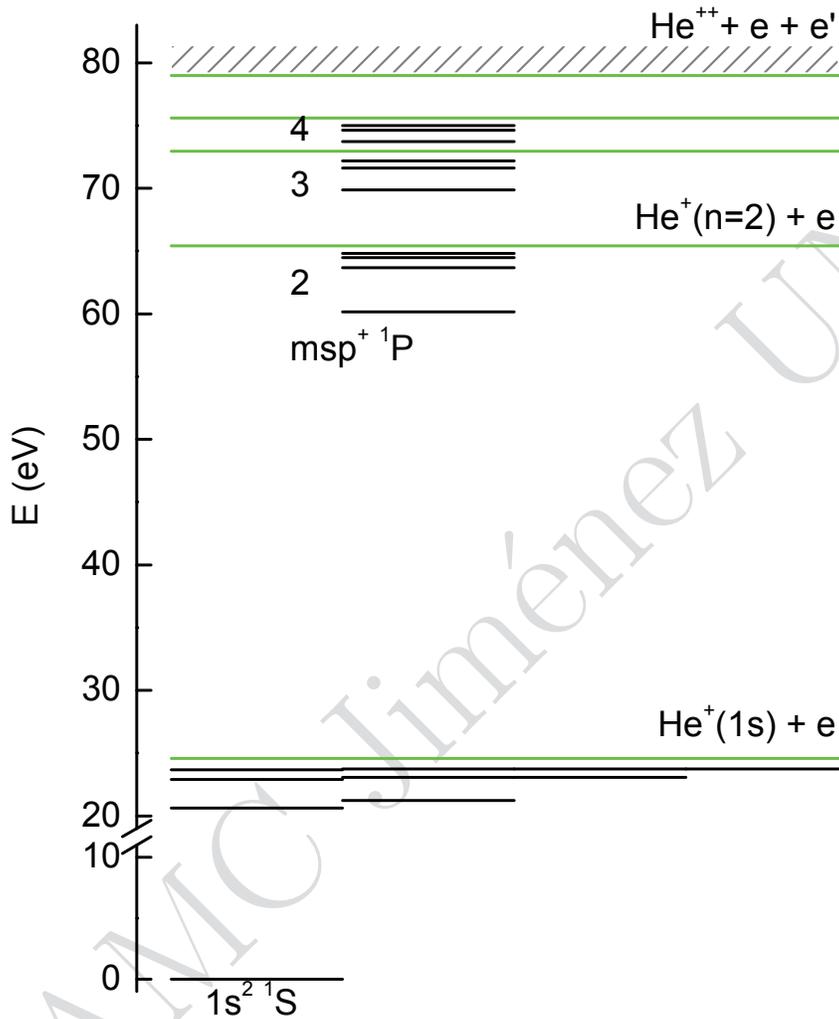


Figura 3.5: Niveles de energía de algunos estados doblemente excitados en helio.